

# Расчетно-экспериментальное исследование собственных колебаний цилиндрической оболочки\*

Пермяков Д.А., Пантилеев А.С., Махнович С.В.

Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)  
г. Челябинск, Российская Федерация  
[permyakov.d.a.92@mail.ru](mailto:permyakov.d.a.92@mail.ru)

**Аннотация.** На основе конечно-элементной модели определены расчетные частоты и формы собственных колебаний цилиндрической оболочки. Экспериментальные частоты и формы собственных колебаний получены методом ударного возбуждения. Для оценки соответствия расчетных и экспериментальных собственных форм использован критерий модальной достоверности. Однако, такая оценка затруднена из-за ограниченного количества датчиков, с помощью которых измеряются формы и частоты собственных колебаний, и наличия начальных несовершенств, которые в расчетной модели оболочки не учитываются. На основе исследования чувствительности критерия модальной достоверности к разнице соответствующих пар расчетных и экспериментальных перемещений узлов показано влияние начальных несовершенств на собственные формы. По результатам этого исследования выявлены узлы и зоны оболочки, в которых различие сравниваемых форм максимально. Путем корректировки расчетной формы колебаний относительно экспериментальной в окружном направлении получено улучшение значений критерия модальной достоверности. Расположение зоны несовершенств и оценка ее влияния использованы для уточнения собственных форм расчетной модели оболочки.

**Ключевые слова:** цилиндрическая оболочка, конечно-элементная модель, модальный анализ, критерий модальной достоверности.

## ВВЕДЕНИЕ

В анализе динамики тонкостенных конструкций летального аппарата актуальной проблемой является идентификация их частот и форм собственных колебаний на основе частотных испытаний и конечно-элементного анализа. Оценка соответствия расчетных и экспериментальных частот и форм собственных колебаний затруднена из-за начальных несовершенств реальной оболочки и ограниченного числа датчиков, с помощью которых в испытаниях измеряются формы колебаний. Наличие начальных геометрических несовершенств и отклонений жесткости конструкции от идеальных приводит к тому, что теоретическая форма оболочки при колебаниях отличается от реальной и тем больше, чем больше эти несовершенства. Этой проблеме в настоящее время уделяется внимание многих исследователей.

Так в работе [1] Межиным В.С. и Обуховым В.В., на основе оценки соответствия расчетных и экспериментальных форм собственных колебаний по критерию модальной достоверности (Modal Assurance Criterion или MAC-

критерию), рассматривается уточнение конечно-элементных моделей изделий ракетно-космической техники.

Allemand R.J. в работе [2], приводит историю формирования и развития MAC-критерия, разработанного в 70-ых годах прошлого века. Появление MAC-критерия было вызвано необходимостью усовершенствования метода сравнения форм собственных колебаний по критерию псевдо ортогональности (Pseudo Orthogonality Check).

В работе [3] Fotsch D. и Ewins D., предлагают новый способ отображения результатов сравнения расчетных и экспериментальных частот и форм собственных колебаний. Этот метод заключается в одновременном изображении элементов матриц MAC-критерия и значения относительной разницы собственных частот.

Краткое описание и классификация методов сравнительной оценки соответствия расчетных и экспериментальных частот и форм собственных колебаний содержится в работе Avitabile P. [4]. Автор выделяет MAC-критерий и критерий псевдоортогональности в группу векторных методов сравнения форм собственных колебаний в виду использования в этих методах матриц перемещений. В отдельную группу выделены координатные методы, при которых рассматриваются перемещения отдельно взятого расчетного узла. Приводится метод, названный “вкладом в MAC-критерий” (MAC Contribution), при котором рассматривается влияние перемещения каждого узла на коэффициенты MAC-критерия.

В работе Пугача И.Ю. [5] обсуждаются проблемы повышения точности моделирования динамических характеристик конструкций космических аппаратов. Приводятся существующие методы сравнения расчетных и экспериментальных частот и форм собственных колебаний, в том числе: непосредственное сравнение значений частот между собой, визуальное сравнение форм колебаний, оценка сравнения их по MAC-критерию и критерию псевдо ортогональности.

Потапов А.Н. в работе [6] показывает, как вследствие изменения жесткостных свойств системы может происходить изменение формы собственных колебаний. При этом используется свойство ортогональности форм колебаний к матрице масс с учетом теорем состояния в упругопластических системах.

Таким образом, основой методов сравнения расчетных и экспериментальных форм собственных колебаний является MAC-критерий.

\* Статья публикуется по рекомендации программного комитета Международной научно-технической конференции "Пром-Инжиниринг" (ICIE-2017), <http://icie-rus.org>. Статья выполнена при поддержке Правительства РФ (Постановление №211 от 16.03.2013 г.), соглашение № 02.A03.21.0011.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ОБОЛОЧКИ

В представленной работе МАС-критерий используется в расчетно-экспериментальном исследовании частот и форм собственных колебаний цилиндрической оболочки из алюминиевого сплава ( $E = 70000$  МПа,  $\rho = 2474$  кг/м<sup>3</sup>). Фотография оболочки и ее конструктивные размеры показаны на рис. 1.

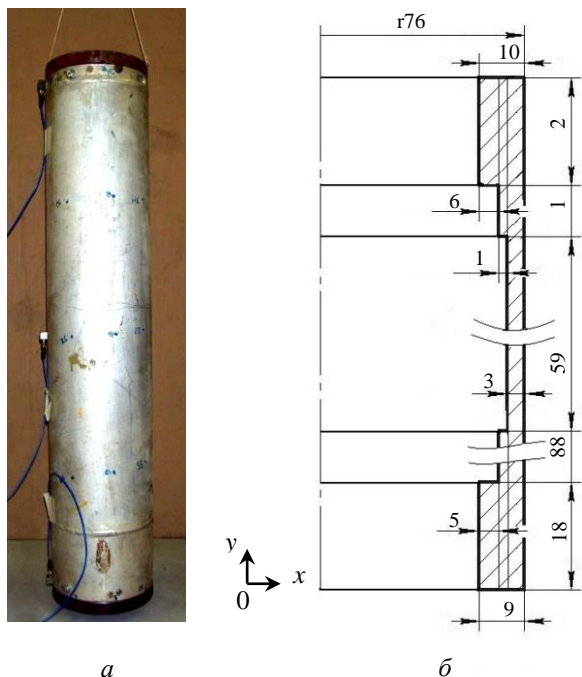


Рис. 1. Цилиндрическая оболочка:

*a* – внешний вид; *б* – конструктивные размеры

Проведению модальных испытаний предшествует разработка конечно-элементной модели (КЭМ) для расчетной оценки частот и форм собственных колебаний.

Затраты машинного времени и точность расчета частот и форм собственных колебаний КЭМ зависят от количества расчетных узлов в модели. При формировании КЭМ, актуальным вопросом является достижение достаточной точности отражения динамических характеристик реальной конструкции, при приемлемом времени расчета. Рассматривается модель, составленная из двадцатиузловых объемных элементов (объемная модель) и модель, составленная из четырехузловых оболочечных элементов (оболочечная модель).

Для моделирования неравномерного напряженно-деформированного состояния при изгибе оболочки в толщине ее расчетной модели сформировано два элемента. Поэтому при толщине стенки 3 мм, минимальный размер каждого из этих элементов равен 1,5 мм. В соответствии с известными ограничениями отношение длин сторон конечного элемента не должно различаться более чем в 5 раз. Таким образом, максимальный его размер не должен быть более чем 7,5 мм ( $1,5 \times 5$ ). В поперечном сечении оболочки радиусом 76 мм размещается 100 таких элементов ( $2 \times r \times \pi / 5$ ). Это позволяет достаточно качественно моделировать, по крайней мере 10 волн изгиба окружности поперечного сечения оболочки. По длине же оболочки разместится 148 таких элементов.

С учетом этих оценок объемная модель будет содержать 186800 расчетных узлов, при этом время расчета 30 первых собственных частот и форм составляет 3 минуты. Оболочечная модель содержит 17764 узла, а на аналогичный расчет затрачивается в 3 раза меньше машинного времени.

Оценку погрешности КЭ моделей проведем с помощью формул расчета частот собственных колебаний цилиндрических оболочек. Аналитическому определению собственных колебаний оболочек посвящены труды многих авторов [7, 8, 9, 10] и др. Значение собственной частоты цилиндрической оболочки, свободно опертой на торцах, определяется по формуле, известной из работ Бре-славского В.Е. [11, 12] и Ониашвили О.Д. [13]:

$$Wq = \sqrt{\frac{B}{\rho h r^2} \frac{(1-\mu^2)\lambda^4 + k(\lambda^2 + q^2)^4}{\lambda^2 + q^2(1+2\lambda^2) + q^4}},$$

$$f = \frac{Wq}{2\pi}, \tag{1}$$

где  $\lambda = \pi n \frac{r}{l}$ ;  $B = \frac{Eh}{1-\mu^2}$ ;  $k = \frac{h^2}{12r^2}$ ;  $E$  – модуль упругости материала оболочки;  $\rho$  – плотность материала оболочки;  $r$  – радиус оболочки;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $l$  – длина оболочки;  $h$  – толщина оболочки;  $n$  – волновое число в продольном направлении;  $q$  – волновое число в окружном направлении.

В табл. 1, для цилиндрической оболочки с параметрами:  $\rho = 2470$  кг/м<sup>3</sup>;  $E = 7 \times 10^{10}$  Па;  $\mu = 0,3$ ;  $r = 0,076$  м;  $l = 0,596$  м;  $h = 3$  мм, представлены значения частот собственных колебаний, вычисленные по формуле (1) и с помощью КЭ моделей.

Относительная погрешность частот собственных колебаний КЭ моделей в сравнении с формулой определена как:

$$\Delta = \frac{|f_1 - f_2|}{f_2} 100\%, \tag{2}$$

где  $f_1$  – частота собственных колебаний КЭМ;  $f_2$  – частота собственных колебаний, определенная по формуле (1).

Таблица 1

Значения частот собственных колебаний КЭМ и цилиндрической оболочки, Гц

n	q	по формуле (1)	Объемная модель	$\Delta$	Оболочечная модель	$\Delta$
1	2	631	669	6	668	6
	3	1173	1102	6	1110	5
	4	2090	2033	3	2070	1
2	2	1523	1596	5	1585	4
	3	1414	1394	1	1401	1
	4	2193	2145	2	2181	1
3	2	2853	2789	2	2756	3
	3	1992	1990	0	1994	0
	4	2434	2397	2	2432	0
4	2	4246	4040	5	3977	6
	3	2817	2783	1	2778	1
	4	2845	2811	1	2842	0
5	2	5506	5230	5	5137	7
	3	3745	3663	2	3645	3
	4	3406	3362	1	3389	0

По табл. 1 видно, что относительная разница частот собственных колебаний оболочечной и объемной моделей по сравнению с формулой не превышает 7%. КЭ модели вполне удовлетворительно отражают поведение цилиндрической оболочки. Отметим, что форма колебаний с 3-мя волнами по окружности ( $q=3$ ) соответствует собственным частотам 1414, 1992 и 2817 Гц меньшим, чем частоты 1523, 2853 и 4246 Гц с более простой формой с 2-мя волнами по окружности ( $q=2$ ). Таким образом, минимальной собственной частоте оболочки не всегда соответствует простейшая форма. Это обстоятельство отмечается и в работах [14, 15].

Для определения расчетных частот и форм собственных колебаний цилиндрической оболочки с размерами, показанными на рис. 1, далее использована объемная модель. В интересующем диапазоне частот, определены 8 первых расчетных частот и соответствующих им форм собственных колебаний: 458; 761; 1044; 1080; 1248; 1310; 1517; 1619 Гц. Здесь не приводятся “парные” частоты, на которых формы совпадают, но сдвинуты одна относительно другой в окружном направлении и частоты собственных колебаний оболочки как жесткого целого.

#### СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ФОРМ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Экспериментальные частоты и формы собственных колебаний получены методом ударного возбуждения оболочки [16, 17, 18]. Виброускорения измерялись тремя однокомпонентными датчиками марки PCB PIEZOTRONICS типа T333B32, весом 4 грамма каждый. Ударное возбуждение проводилось модальным молотком типа MODALLY TYNED с пластмассовым наконечником типа SN26248 PCB. Для сбора данных использовался цифровой измерительный усилитель LMS Scadas CSMO 5. Запись и обработка сигналов с датчиков ускорений и датчика силы модального молотка выполнялась с помощью программного комплекса LMS TestLab. Определены 11 экспериментальных частот и соответствующие им формы собственных колебаний цилиндрической оболочки: 423; 702; 715; 971; 986; 987; 1152; 1156; 1265; 1437; 1509 Гц.

Непосредственное сравнение расчетных и экспериментальных частот собственных колебаний не дает полного представления о том, какая расчетная частота в большей степени соответствует экспериментальной. В табл. 2 приведена относительная разница экспериментальных и расчетных частот собственных колебаний оболочки.

Таблица 2

Относительная разница экспериментальных и расчетных частот собственных колебаний, %

		Расчетная частота собственных колебаний, Гц							
		458	761	1044	1080	1248	1310	1517	1619
Экспериментальная частота собственных колебаний, Гц	423	8							
	702		8						
	715		6						
	971			7	10	22			
	986			6	9	21	25		
	987			5	9	21	25		
	1152			10	7	8	12		
	1156			11	7	7	12		
	1265			21	17	1	3	17	
	1437					15	10	5	11
	1509					21	15	1	7

В пустых ячейках таблицы относительная разница превышает 25%. По таблице видно, что относительная разница низшей экспериментальной и низшей расчетной частот собственных колебаний составляет 8%. Это значение будем считать в качестве ориентира и при сравнении других частот. Относительная разница менее 8% отмечена при сравнении следующих 15-ти пар расчетных и экспериментальных частот: 458 и 423; 761 и 702; 761 и 715; 1044 и 971; 1044 и 986; 1044 и 987; 1080 и 1152; 1080 и 1156; 1248 и 1152; 1248 и 1156; 1248 и 1265; 1310 и 1265; 1517 и 1437; 1517 и 1509; 1619 и 1509 Гц.

Соответствие расчетных и экспериментальных форм собственных колебаний при этих частотах определялось по MAC-критерию с помощью программы LMS VirtualLab. Критерий модальной достоверности совпадения экспериментальных (э) и расчетных (р) форм определяется как [19]:

$$MAC_{ij} = \frac{(\{\varphi_{iэ}\}^T \{\varphi_{jp}\})^2}{(\{\varphi_{iэ}\}^T \{\varphi_{jэ}\})(\{\varphi_{ip}\}^T \{\varphi_{jp}\})}, \quad (3)$$

где  $\{\varphi_{iэ}\}, \{\varphi_{ip}\}$  – анализируемая пара векторов матриц форм  $\{\varphi_{э}\}$  и  $\{\varphi_{р}\}$ ;  $i, j$  – номера частоты.

Матрицы  $\{\varphi_{iэ}\}$  и  $\{\varphi_{ip}\}$  имеют размерность  $N \times M$ , где  $N$  – количество векторов матрицы форм, а  $M$  – количество собственных частот. Значения MAC-критерия изменяются от 0 для линейно независимых до 1 для линейно зависимых векторов.

При экспериментальном определении форм собственных колебаний используется ограниченное количество датчиков и точек измерения. Количество узлов расчетной модели больше, чем число точек измерения. Поэтому размерность расчетного вектора формы приводится в соответствие с размерностью экспериментального вектора методом динамической редукции Крейга-Бемптона.

Для сравнения расчетных и экспериментальных форм необходимо совместить их системы координат. Начало отсчета окружной координаты расчетных и экспериментальных форм принято в плоскости максимальной амплитуды колебаний для низшей резонансной частоты. В эксперименте плоскость максимальной амплитуды определяется как плоскость, в которой производится ударное возбуждение. Расчетная плоскость максимальной амплитуды определяется добавлением в КЭМ малой массы посередине одной из образующих.

На рис. 2 показаны точки, в которых выполнялись измерения виброускорений. Точки расположены на четырех образующих 1...5, 6...10, 11...15 и 16...20. Таким образом, сравниваются расчетные и экспериментальные перемещения двадцати узлов. По MAC-критерию производится сравнение всех расчетных собственных форм с каждой из экспериментальных.

Значения MAC-критерия, рассчитанные по формуле (3), приведены в виде таблицы на рис. 3. Здесь интенсивностью оттенков серого цвета выделены ячейки, соответствующие значению MAC-критерия в диапазоне от 0 до 1.

На рис. 3 видно, что при сравнении форм собственных колебаний на частотах 423 и 458 Гц, MAC-критерий при-

нимает значение близкое к 1. Это свидетельствует о хорошем соответствии экспериментальной и расчетной форм при этих частотах. Принято, что значения МАС-критерия, превышающие 0,75, свидетельствуют о близком совпадении экспериментальных и расчетных форм собственных колебаний. Такое значение МАС-критерия показывает удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных форм при следующих частотах: 423 и 458; 702 и 761; 971 и 1044; 1437 и 1517 Гц. Таким образом, по МАС-критерию идентифицированы только четыре сравниваемых расчетные и экспериментальные частоты и формы собственных колебаний из 11, найденных в исследуемом диапазоне частот, представленном в табл. 2.

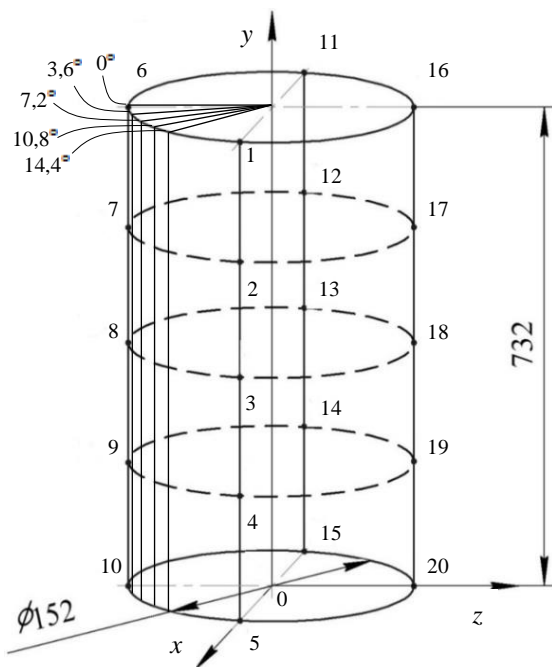


Рис. 2. Расположение узлов, в которых измерялись виброускорения

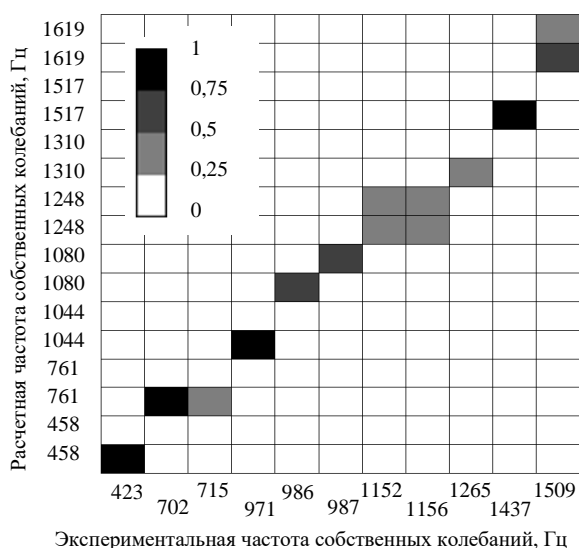


Рис. 3. Значения МАС-критерия при сравнении векторов форм собственных колебаний

Для остальных 7-ми расчетных и экспериментальных форм собственных колебаний значение МАС-критерия слишком низкое. Это свидетельствует о несовпадении сравниваемых расчетных и экспериментальных форм собственных колебаний. Различие расчетных и экспериментальных форм собственных колебаний на близких частотах может быть связано с динамической несимметрией оболочки, вызванной несовершенствами из-за наличия сварных швов и отклонений геометрической формы, которые в расчетной модели не учитываются.

Влияния этих несовершенств можно выявить на основе исследования чувствительности МАС-критерия. Определение этой чувствительности включает поочередное удаление сравниваемых пар расчетных и экспериментальных перемещений каждого из 20 узлов при оценке МАС-критерия. Если удаление какого-либо узла приводит к увеличению МАС-критерия по сравнению с его первоначальным значением, до удаления, то можно говорить о негативном вкладе указанного узла в величину МАС-критерия. Негативный вклад обуславливается большой разницей относительных значений расчетных и экспериментальных перемещений. С помощью этого алгоритма определяются узлы, максимально снижающие МАС-критерий. Подобный алгоритм известен как "Вклад в МАС-критерий" (МАСco или MAC Contribution).

В качестве примера, показано влияние удаления перемещений узлов на значение МАС-критерия при частотах 1080 и 986 Гц. Установлено, что при сравнении частот 1080 и 986 Гц наибольший негативный вклад вносит узел под номером 8 т.к. удаление из рассмотрения этого узла приводит к изменению МАС-критерия с 0,73 на 0,78. Для установления причины негативного вклада этого узла на значение МАС-критерия на рис. 4 изображены формы образующих, соответствующие экспериментальной (986 Гц) и расчетной (1080 Гц) частотам собственных колебаний.

На рис. 4 видно, что наибольшая разница экспериментальных и расчетных относительных перемещений достигается в узле под номером 8.

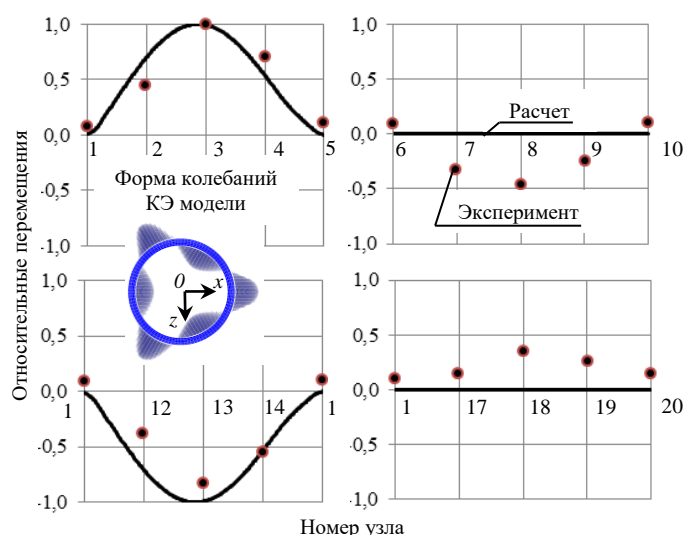


Рис. 4. Экспериментальная (986 Гц) и расчетная (1080 Гц) формы образующих



Узел 8 расположен посередине образующей оболочки напротив сварного шва. Несовпадение расчетных и экспериментальных форм собственных колебаний вызвано наличием начальных несовершенств. Эти несовершенства в виде локальных отклонений толщины и формы оболочки, а также ее жесткости в зоне сварного шва вызывают искаженные формы собственных колебаний реальной оболочки по сравнению с формой колебаний идеальной модели.

Для того, чтобы установить степень этого отличия на рис. 5 приведены расчетные формы образующих под углами 0; 3,6; 7,2; 10,8; 14,4 градусов в окружном направлении, показанными на рисунке 2. Здесь же на рис. 5 точками обозначены перемещения образующей, измеренные в испытаниях реальной оболочки. Узел 8 вносит максимальный негативный вклад в МАС-критерий.

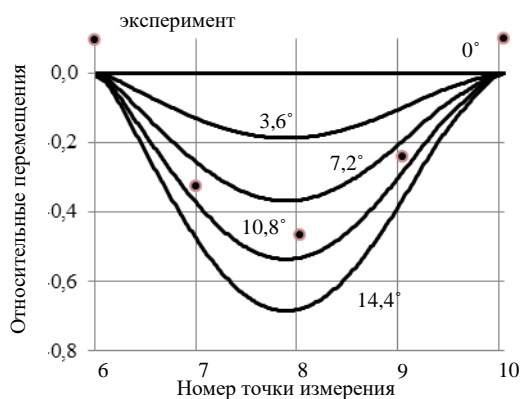


Рис. 5. Расчетные формы образующей с различными угловыми координатами

На рис. 5 видно, что экспериментальным перемещениям ближе всего соответствует расчетная форма образующей с углом 10,8°.

На рис. 6 приведены значения МАС-критерия, вычисленные при сравнении экспериментальной формы собственных колебаний и расчетной формы, смещенной относительно нее на угол 10,8° в окружном направлении.

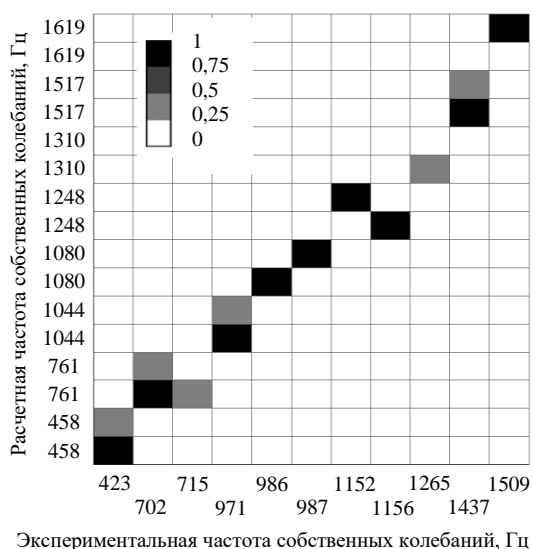


Рис. 6. Значение МАС-критерия при сравнении экспериментальной формы и расчетной формы повернутой на угол 10,8°

Видно, что при таком смещении расчетной формы колебаний относительно реальной значение МАС-критерия улучшается. При сравнении форм на частотах 986 и 1080 Гц это улучшение проявляется в повышении МАС-критерия с 0,73 до 0,87. Аналогичное повышение с 0,46 до 0,76 отмечается и на частотах 1152 и 1248 Гц.

Таким образом, в дополнение к уже отмеченным 4-м частотам, при условии поворота расчетной формы на 10,8°, можно говорить об удовлетворительном соответствии следующих частот и форм: 986-1080 Гц и 987-1080 Гц (“парные”); 1152-1248 Гц и 1156-1248 Гц (“парные”); 1509-1619 Гц. Используемый прием коррекции расчетных форм с экспериментальными на основе исследования чувствительности МАС-критерия позволяет не только дополнительно идентифицировать несколько пар сравниваемых частот и форм собственных колебаний, но и выявить зоны локального изменения жесткости и их влияние на собственные колебания оболочки.

#### Выводы

С помощью МАС-критерия определено соответствие 4-х расчетных и экспериментальных частот и форм собственных колебаний из 11, полученных при модальных испытаниях. Несовпадение расчетных и экспериментальных форм собственных колебаний вызвано наличием начальных несовершенств. Показано, что в зоне этих несовершенств проявляется наибольшее отклонение формы оболочки и ее жесткости от идеальных, вызванное наличием сварного шва. Путем корректировки расчетной формы колебаний относительно экспериментальной в окружном направлении получено улучшение значений МАС-критерия. При этом идентифицировано еще 5 собственных форм и частот оболочки. На основе исследования чувствительности МАС-критерия к влиянию перемещений отдельных узлов, представляющих форму собственных колебаний определена зона локального изменения жесткости и ее влияние на собственные колебания оболочки. Расположение зоны несовершенств и оценка ее влияния использована для уточнения собственных форм расчетной модели оболочки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Межин В.С. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники / В.С. Межин, В.В. Обухов // Космическая техника и технологии. – 2014. – №1. – С. 86-91.
2. Allemang R.J. The Modal Assurance Criterion (MAC): 20 Years of Use and Abuse / R.J. Allemang, J. Randall // Sound and vibration. – 2003. – vol. 37, no. 8. – С. 14-23.
3. Fotsch D. Application of MAC in the Frequency Domain / D. Fotsch, D.J. Ewins // Rolls Royce PLC-Report-PNR. – 2000.
4. Avitabile P. Test-Analysis Correlation-Updating Considerations // University of Massachusetts Lowell – URL: [http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Correlation\\_Topics\\_122901\\_1.pdf](http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Correlation_Topics_122901_1.pdf).
5. Пугач И.Ю. Разработка методического обеспечения повышения точности моделирования динамических характеристик элементов конструкций КА ДЗЗ на стадии проектирования и наземной отработки: автореф. дис. на

соиск. учен. степ. канд. тех. наук. – М.: ОАО Корпорация “ВНИИЭМ”, 2015. – 22 с.

6. Потапов А.Н. Соотношения ортогональности собственных форм колебаний в упруго пластических диссипативных системах. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – 13 с.

7. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 448 с.

8. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее применение в технике. – М.: Гостехизда, 1949. – 784 с.

9. Гонткевич В.С. Собственные колебания пластинок и оболочек. – Киев: Наукова Думка, 1964. – 287 с.

10. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1991. – 256 с.

11. Бреславский В.Е. Собственные колебания круговой цилиндрической оболочки, находящейся под действием гидростатического давления // Изв. АН СССР, ОТН. – 1956. – №. 12.

12. Скубачевский Г.С. Авиационные газотурбинные двигатели: конструкция и расчет деталей. – М.: Машиностроение, 1984. – 208 с.

13. Ониашвили О.Д. Некоторые динамические задачи теории оболочек. – Изд-во Академии наук СССР, 1957. – 195 с.

14. Бреславский В.Е. О колебаниях цилиндрических оболочек // Инженерный сборник. – 1953. – Ч. 6. – С. 109-118.

15. Arnold R.N. Flexural vibrations of the walls of thin cylindrical shells having free supported ends / R.N. Arnold, B.B. Warburton // Proc. of the Roy.Soc. of London, (A). – 1949. – P. 238-256. DOI: 10.1098/rspa.1949.0061

16. ГОСТ ISO 7626-5-99 Вибрация и удар. Экспериментальное определение механической подвижности. Часть 5. Измерения, использующие ударное возбуждение возбудителем, не прикрепляемым к конструкции. – Минск: Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2000. – 20 с.

17. Пономарев И.С. Особенности экспериментального определения частот и форм собственных колебаний цилиндрической оболочки / И.С. Пономарев, С.В. Махнович, А.С. Пантеев // Научный вестник НГТУ. – 2016. – №3(64). – С. 44-58.

18. Хейлен В. Модальный анализ: теория и испытания. / В. Хейлен, С. Ламменс, П. Сас. – М.: Новатест, 2010. – 319 с.

19. Miroslav P. Modal assurance criterion / P. Miroslav, B. Michal // Procedia Engineering. – 2012 – Т. 48. – P. 543-548. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.09.551

DOI: 10.24892/RIJE/20180201

## Calculated and Experimental Study of Free Vibration of a Cylindrical Shell

Permyakov D.A., Pantileev A.S., Makhnovich S.V.  
South Ural State University (national research university)  
Chelyabinsk, Russian Federation  
[permyakov.d.a.92@mail.ru](mailto:permyakov.d.a.92@mail.ru)

**Abstract.** In Calculated eigenfrequencies and modes were found by using modal analysis finite element model of a cylindrical shell. Experimental eigenfrequencies and modes produced by impulse excitation. To evaluate the correlation between the calculated and experimental modes of free vibration used Modal Assurance Criterion based on a comparison of the displacement vector of nodes. However, such an evaluation is difficult because of the limited number of sensors and the initial imperfections that in the calculation model are not counted. In this work shows the influence of initial imperfections on their modes. According to the results of this study revealed nodes and shell zones where the differences between the compared modes are maximum. The value of the Modal Assurance Criterion improved by adjusting the calculated mode relatively experimental in the circumferential direction. Location imperfections zone and assessment of its impact are used to refine the calculation modes of the cylindrical shell.

**Keywords:** cylindrical shell, finite element model, modal analysis, Modal assurance criterion.

### REFERENCES

1. Mezhin V.S., Obukhov V.V. The practice of using modal tests to verify finite element models of rocket and space

hardware [Praktika primeneniya modal'nykh ispytaniy dlya tseley verifikatsii konechno-elementnykh modeley konstruktii izdeliy raketno-kosmicheskoy tekhniki], *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii [Space Engineering And Technology]*, 2014, no.1, pp. 86-91. (in Russ)

2. Allemang R.J., Randall J. The Modal Assurance Criterion (MAC): 20 Years of Use and Abuse, *Sound and vibration*, 2003, vol. 37, no. 8, pp. 14-23.

3. Fotsch D. Ewins D.J. Application of MAC in the Frequency Domain, *Rolls Royce PLC-Report-PNR*, 2000.

4. Avitabile P. Test-Analysis Correlation-Updating Considerations, *University of Massachusetts Lowell* – URL: [http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Correlation\\_Topics\\_122901\\_1.pdf](http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Correlation_Topics_122901_1.pdf).

5. Pugach I.Yu. *Razrabotka metodicheskogo obespecheniya povysheniya tochnosti modelirovaniya dinamicheskikh kharakteristik elementov konstruktiv KA DZZ na stadii proektirovaniya i nazemnoy otrabotki: avtoref. dis. na soisk. uchen. step. kand. tekhn. Nauk* [Development of methodological support for improving the accuracy of modeling the dynamic characteristics of elements of a remote sensing satellite at the design stage and ground testing: author. dis. on the competi-

tion scholarly step. Cand. those. Sciences], Moscow, OJSC Corporation "VNIIEМ", 2015, 22 p. (in Russ.)

6. Potapov A.N. *Sootnosheniya ortogonal'nosti sobstvennykh form kolebaniy v uprugo plasticheskikh dissipativnykh sistemakh* [Orthogonality relations for eigenmodes of oscillations in elastic-plastic dissipative systems], Chelyabinsk, Publishing house of SUSU, 2003, 13 p. (in Russ.)

7. Ambartsumyan S.A. *Obshchaya teoriya anizotropnykh obolochek* [General theory of anisotropic shells], Moscow, Science, 1974, 448 p. (in Russ.)

8. Vlasov V.Z. *Obshchaya teoriya anizotropnykh obolochek* [The general theory of shells and its application in engineering], Moscow, Gostekhizda, 1949, 784 p. (in Russ.)

9. Gontkevich V.S. *Sobstvennye kolebaniya plastinok i obolochek* [Own oscillations of plates and shells], Kiev, Naukova Dumka, 1964, 287 p. (in Russ.)

10. Panovko Ya.G. *Vvedenie v teoriyu mekhanicheskikh kolebaniy* [Introduction to the theory of mechanical vibrations], Moscow, Science, 1991, 256 p. (in Russ.)

11. Breslavsky V.E. Own oscillations of a circular cylindrical shell under the action of hydrostatic pressure [Sobstvennye kolebaniya krugovoy tsilindricheskoy obolochki, nakhodyashcheyasya pod deystviem gidrostaticheskogo davleniya], *Izv. AN SSSR, OTN [Izv. USSR Academy of Sciences, REF]*, 1956, no.12. (in Russ.)

12. Skubachevsky G.S. *Aviatsionnye gazoturbinnnye dvigateli: konstruktsiya i raschet detaley* [Aviation gas turbine engines: design and calculation of parts], Moscow, Mashinostroenie, 1984, 208 p. (in Russ.)

13. Onashvili O.D. *Nekotorye dinamicheskie zadachi teorii obolochek* [Some dynamic problems of shell theory], Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1957, 195 p. (in Russ.)

14. Breslavsky V.E. Oscillations of cylindrical shells [O kolebaniyakh tsilindricheskikh obolochek], *Inzhenernyy sbornik [Engineering collection]*, 1953, Part 6, pp. 109-118. (in Russ.)

15. Arnold R.N., Warburton B.B. Flexural vibrations of the walls of thin cylindrical shells having free supported ends, *Proc. of the Roy.Soc. of London, (A)*, 1949, pp. 238-256. DOI: 10.1098/rspa.1949.0061

16. GOST ISO 7626-5-99 *Vibratsiya i udar. Eksperimental'noe opredelenie mekhanicheskoy podvizhnosti. Chast' 5. Izmereniya, ispol'zuyushchie udarnoe vozbuзhdenie vozbuditelem, ne prikreplyaemym k konstruktsii* [Vibration and shock. Experimental determination of mechanical mobility. Part 5. Measurements using shock excitation by a pathogen not attached to a structure], Minsk, Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification, 2000, 20 p. (in Russ.)

17. Ponomarev I.S., Makhnovich S.V., Pantileev A.S. Features of experimental determination of frequencies and forms of natural oscillations of a cylindrical shell [Osobennosti eksperimental'nogo opredeleniya chastot i form sobstvennykh kolebaniy tsilindricheskoy obolochki], *Nauchnyy vestnik NGTU [Scientific Herald of the NSTU]*, 2016, no.3 (64), pp. 44-58. (in Russ.)

18. Helen V., Lammens S., Sas P. *Osobennosti eksperimental'nogo opredeleniya chastot i form sobstvennykh kolebaniy tsilindricheskoy obolochki* [Modal analysis: theory and testing], Moscow, Novatest, 2010, 319 p. (in Russ.)

19. Miroslav P. Michal B. Modal assurance criterion, *Procedia Engineering*, 2012, vol. 48, pp. 543-548. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.09.551

---

#### Библиографическое описание статьи

Пермяков Д.А. Расчетно-экспериментальное исследование собственных колебаний цилиндрической оболочки / Д.А. Пермяков, А.С. Пантлеев, С.В. Махнович // Машиностроение: сетевой электронный научный журнал. – 2018. – Т.6, №2. – С. 3-9. DOI: 10.24892/RIJE/20180201

---

#### Reference to article

Permyakov D.A., Pantileev A.S., Makhnovich S.V. Calculated and experimental study of free vibration of a cylindrical shell, *Russian Internet Journal of Industrial Engineering*, 2018, vol.6, no.2, pp. 3-9. DOI: 10.24892/RIJE/20180201