

# Теоретические основы оптимального двухступенчатого регулирования жесткости подвески транспортного средства в цикле колебаний\*

Чернышов К.В., Рябов И.М., Поздеев А.В.

Волгоградский государственный технический университет

г. Волгоград, Российская Федерация

[chernykv@rambler.ru](mailto:chernykv@rambler.ru), [rjabov1603@mail.ru](mailto:rjabov1603@mail.ru), [pozdeev.vstu@gmail.com](mailto:pozdeev.vstu@gmail.com)

**Аннотация.** Статья посвящена вопросам регулирования жесткости подвески транспортного средства в цикле колебаний. В статье рассмотрены способы изменения жесткости подвески, и выявлены две принципиальные схемы двухступенчатого изменения жесткости: с постоянной и переменной жесткостью ступеней. Разработаны математические модели подвесок с двухступенчатой жесткостью в одномассовой колебательной системе для каждой из двух принципиальных схем регулирования. С помощью принципа максимума Л. С. Понтрягина определены алгоритмы оптимального регулирования жесткости подвески. В частности, выявлено, что при выведении колебательной системы из состояния равновесия с последующим отсутствием внешнего силового и кинематического воздействия любое, даже хаотическое переключение жесткости приводит к снижению амплитуд перемещений подрессоренной массы и затуханию колебаний. При кинематическом возмущении колебательной системы оптимальным алгоритмом регулирования является алгоритм, при котором включение ступени подвески с большей жесткостью происходит при смене направления деформации подвески, а переключение на меньшую жесткость происходит при смене направления движения подрессоренной массы.

**Ключевые слова:** подвеска транспортного средства, виброзащитные свойства, алгоритм, постоянная и переменная жесткость, двухступенчатое регулирование жесткости, дополнительный упругий элемент, дополнительный объем.

## ВВЕДЕНИЕ

В последнее время специалисты в области подрессоривания транспортных средств проявляют интерес к возможности повышения плавности движения транспортных средств путем изменения жесткости подвески в цикле колебаний. Наиболее очевидным способом изменения жесткости подвески является использование дополнительного объема в пневматической рессоре с возможностью его отключения и включения. Такой способ изменения жесткости подвески в цикле колебаний рассмотрен во множестве работ, в которых предложены и рассмотрены различные алгоритмы использования дополнительного объема [1–23].

В работе [5] показано, что высокой эффективности гашения колебаний в пневматической подвеске, соизмеримой с эффективностью гидравлических амортизаторов, можно достичь за счет свободного перетекания воздуха между рабочей и дополнительной полостями пневматической рессоры в определенные моменты цикла колебаний.

В работе [1] предложена конструкция пневматической рессоры пассивного типа с коммутирующим клапанном устройством, выравнивающим давление в рабочей и дополнительной полостях в начале каждого хода сжатия.

В работе [17] предложена пневморессора с саморегулируемым по амплитуде и направлению воздушным демпфером, в результате чего сила демпфирования практически всегда направлена против движения подрессоренной массы, что обеспечивает эффективное гашение ее колебаний и уменьшение потерь энергии и нагрева подвески.

Алгоритм управления подвеской с S-образной кусочно-линейной упругой характеристикой пневматической рессоры, имеющей две ступени жесткости, был предложен Takagi A., Yoshimura T. в Токусимском университете (Япония) [3].

Большое число предложенных алгоритмов связано с отсутствием основ теории оптимального регулирования жесткости подвески транспортного средства в цикле колебаний, которые рассматриваются в данной статье.

## СПОСОБЫ И СХЕМЫ ДВУХСТУПЕНЧАТОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ЖЕСТКОСТИ УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА В ПОДВЕСКЕ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Исследуя возможность повышения плавности движения транспортных средств посредством регулирования жесткости упругого элемента, необходимо учитывать способ изменения жесткости, а также изменение статической деформации подвески в результате изменения жесткости. Изменение жесткости подвески можно осуществить тремя способами:

- 1) блокированием части используемого упругого элемента (например, отсечением части полости рабочей камеры в пневматической подвеске, блокированием части витков винтовой пружины, блокирование части торсиона);
- 2) применением отключаемого последовательно устанавливаемого упругого элемента (например, использованием последовательно подключаемого дополнительного объема в пневматической подвеске);
- 3) применением отключаемого параллельно устанавливаемого упругого элемента (например, использованием дополнительного торсиона в торсионной подвеске).

Существуют две принципиальные схемы двухступенчатого изменения жесткости: с постоянной жесткостью ступеней (рис. 1, а) и переменной жесткостью ступеней (рис. 1, б).

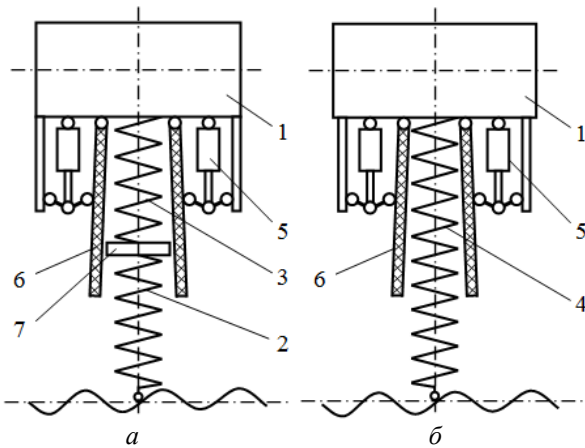


Рис. 1. Принципиальные схемы одномассовой одноопорной виброзащитной системы с двухступенчатым регулированием жесткости при постоянной (а) и переменной (б) жесткостях ступеней:

1 – подрессоренная масса; 2 – основной упругий элемент; 3 – дополнительный упругий элемент; 4 – упругий элемент с переменной жесткостью; 5, 6 и 7 – элементы механизма блокирования

Так, подвеска с дополнительным параллельно устанавливаемым отключаемым упругим элементом обладает постоянной жесткостью ступеней и относится к подвескам первого типа, а пневматическая подвеска с дополнительным объемом не имеет фиксированной жесткости ступеней и относится к подвескам второго типа.

Подвеска с двумя ступенями постоянной жесткости работает следующим образом. Объект виброзащиты 1 подрессорен двумя последовательно установленными упругими элементами – основным 2 и дополнительным 3. Подвеска снабжена механизмом блокирования (элементы 5, 6, 7) дополнительного упругого элемента 3. При блокировании дополнительного упругого элемента 3 в работе остается только основной упругий элемент 2, и жесткость подвески увеличивается. При разблокировании упругого элемента 3 он включается в работу, и жесткость подвески уменьшается. Таким образом, данная подвеска обеспечивает практически мгновенное двухступенчатое переключение жесткости, что позволяет осуществить регулирование жесткости в цикле колебаний подвески.

В подвеске с двумя ступенями переменной жесткости из работы выключается часть упругого элемента 4 оказавшаяся в зоне блокирования в момент срабатывания механизма блокирования. Например, в пневматической подвеске с отключаемым дополнительным объемом блокируется часть газа, находящаяся в дополнительном объеме в момент его отключения. Схема, изображенная на рис. 1 б является, по сути, механическим аналогом пневматической подвески с отключаемым дополнительным объемом.

#### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОДВЕСОК С ДВУХСТУПЕНЧАТЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ ЖЕСТКОСТИ В ОДНОМАССОВОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Расчетная схема подвески в виде одномассовой одноопорной виброзащитной системы с двумя ступенями постоянной жесткости изображена на рис. 2.

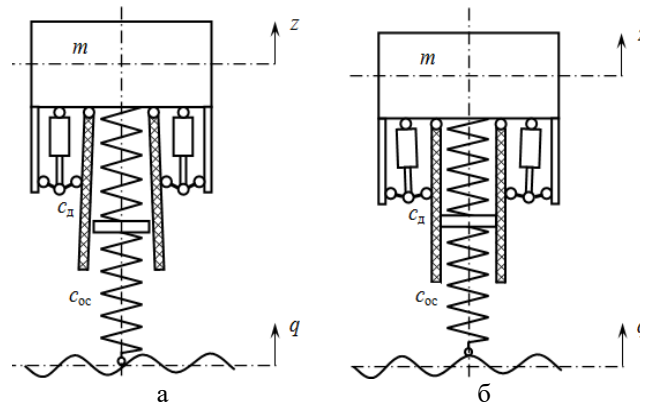


Рис. 2. Расчетная схема одномассовой одноопорной виброзащитной системы с двумя ступенями постоянной жесткости:

а – первая ступень жесткости (с разблокированным дополнительным упругим элементом), б – вторая ступень жесткости (с заблокированным дополнительным упругим элементом):  $m$  – подрессоренная масса;  $c_{oc}$  – жесткость основного упругого элемента;  $c_d$  – жесткость дополнительного упругого элемента;  $q$  – кинематическое возмущение;  $z$  – перемещение подрессоренной массы

Динамика одномассовой колебательной системы с регулируемой двухступенчатой подвеской описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$m\ddot{z} + F_{упр} = 0, \quad (1)$$

где  $F_{упр}$  – сила упругости подвески, зависящая от ее жесткости.

Жесткость подвески с разблокированным дополнительным упругим элементом вычисляется по формуле

$$c = \frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d}, \quad (2)$$

жесткость подвески с заблокированным дополнительным упругим элементом равна жесткости основного упругого элемента:

$$c = c_{oc}. \quad (3)$$

Предположим, что в нормальном состоянии дополнительный упругий элемент разблокирован и участвует в работе подвески. Тогда сила упругости деформированной рессоры

$$F_{упр} = \frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d} \cdot (z - q). \quad (4)$$

После блокирования дополнительный упругий элемент находится в общем случае в деформированном состоянии, в котором он находился в момент блокирования. Поэтому статическое положение подвески меняется на величину  $\Delta$  деформации дополнительного упругого элемента в момент блокирования.

В момент блокирования дополнительного упругого элемента сила упругости подвески равна силе упругости дополнительного упругого элемента:

$$\frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d} \cdot x_{вк} = c_d \cdot \Delta. \quad (5)$$

где  $x_{вк}$  – деформация подвески в момент блокирования до-

полнительного упругого элемента. Из формулы (5) следует, что изменение статической деформации подвески после блокирования дополнительного упругого элемента

$$\Delta = \frac{c_{oc}}{c_{oc} + c_d} \cdot x_{BK}. \quad (6)$$

Таким образом, сила упругости деформированной ресоры с заблокированным дополнительным упругим элементом

$$F_{упр} = c_{oc}(z - q - \Delta). \quad (7)$$

С учетом выражений (4) и (7) дифференциальное уравнение динамики колебательной системы с двумя степенями жесткости подвески можно представить в следующем виде:

$$m\ddot{z} + c(z - q - \Delta) = 0, \quad (8)$$

где  $c = \frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d}$ ,  $\Delta = 0$  – для мягкой подвески (с разблокированным дополнительным упругим элементом);

$c = c_{oc}$ ,  $\Delta = \frac{c_{oc}}{c_{oc} + c_d} \cdot x_{BK}$  – для жесткой подвески (с заблокированным дополнительным упругим элементом).

Подставив условия изменения жесткости в уравнение (8), получим:

– для подвески с разблокированным дополнительным упругим элементом

$$m\ddot{z} + \frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d}(z - q) = 0, \quad (9)$$

– для подвески с заблокированным дополнительным упругим элементом

$$m\ddot{z} + c_{oc}\left(z - q - \frac{c_{oc}}{c_{oc} + c_d} \cdot x_{BK}\right) = 0, \quad (10)$$

или

$$m\ddot{z} + \frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d}(z - q) + \frac{c_{oc}^2}{c_{oc} + c_d}(z - q - x_{BK}) = 0, \quad (11)$$

Тогда уравнение динамики подвески с двумя степенями жесткости при кинематическом возмущении:

$$m\ddot{z} + \frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d}(z - q) + \Delta F_{упр} = 0, \quad (12)$$

где  $\Delta F_{упр} = 0$  – для подвески с разблокированным дополнительным упругим элементом;

$\Delta F_{упр} = \frac{c_{oc}^2}{c_{oc} + c_d}(z - q - x_{BK})$  – для подвески с заблокированным дополнительным упругим элементом.

Введя обозначения  $\omega_{0oc} = \sqrt{\frac{c_{oc}}{m}}$  и  $\omega_{0d} = \sqrt{\frac{c_d}{m}}$  – парциальные собственные частоты колебаний системы с заблокированным дополнительным и основным упругим элементом соответственно, получим уравнение динамики подвески с относительными параметрами:

$$\ddot{z} + \frac{\omega_{0oc}^2 \omega_{0d}^2}{\omega_{0oc}^2 + \omega_{0d}^2}(z - q) + \Delta f_{упр} = 0, \quad (13)$$

где  $\Delta f_{упр} = 0$  – для подвески с разблокированным дополнительным упругим элементом;

$\Delta f_{упр} = \frac{\omega_{0oc}^4}{\omega_{0oc}^2 + \omega_{0d}^2}(z - q - x_{BK})$  – для подвески с заблокированным дополнительным упругим элементом.

Большое значение в подвеске с двухступенчатым регулированием жесткости имеет отношение жесткостей основного и дополнительного упругих элементов  $c_{отн} = \frac{c_{oc}}{c_d}$ . С учетом этого обозначения уравнение динамики (13) примет вид:

$$\ddot{z} + \frac{\omega_{0oc}^2}{c_{отн} + 1}(z - q) + \Delta f_{упр} = 0, \quad (14)$$

где  $\Delta f_{упр} = 0$  – для подвески с разблокированным дополнительным упругим элементом;

$\Delta f_{упр} = \frac{\omega_{0oc}^3 c_{отн}}{c_{отн} + 1}(z - q - x_{BK})$  – для подвески с заблокированным дополнительным упругим элементом.

Не менее важной является задача исследования подвески при свободных колебаниях, например, после переезда единичной неровности.

Свободные колебания происходят при условиях  $q = 0$ ,  $\dot{q} = 0$ , поэтому колебания одномассовой колебательной системы с двумя степенями постоянной жесткости подвески можно описать уравнением:

$$m\ddot{z} + c(z - \Delta) = 0, \quad (15)$$

где  $c = \frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d}$ ,  $\Delta = 0$  – для мягкой подвески (с разблокированным дополнительным упругим элементом);

$c = c_{oc}$ ,  $\Delta = \frac{c_{oc}}{c_{oc} + c_d} \cdot x_{BK}$  – для жесткой подвески (с заблокированным дополнительным упругим элементом).

По аналогии с уравнениями (12), (13) и (14) уравнение динамики подвески можно представить в виде:

$$m\ddot{z} + \frac{c_{oc}c_d}{c_{oc} + c_d}z + \Delta F_{упр0} = 0, \quad (16)$$

или

$$\ddot{z} + \frac{\omega_{0oc}^2 \omega_{0d}^2}{\omega_{0oc}^2 + \omega_{0d}^2}z + \Delta f_{упр0} = 0, \quad (17)$$

$$\ddot{z} + \frac{\omega_{0oc}^2}{c_{отн} + 1}z + \Delta f_{упр0} = 0, \quad (18)$$

где  $\Delta F_{упр0} = 0$ ,  $\Delta f_{упр0} = 0$  – для подвески с разблокированным дополнительным упругим элементом;

$$\Delta F_{упр} = \frac{c_{oc}^2}{c_{oc} + c_d}(z - x_{BK}), \Delta f_{упр} = \frac{\omega_{0oc}^4}{\omega_{0oc}^2 + \omega_{0d}^2}(z - x_{BK}),$$

$\Delta f_{упр} = \frac{\omega_{0oc}^3 c_{отн}}{c_{отн} + 1}(z - x_{BK})$  – для подвески с заблокированным дополнительным упругим элементом.

Расчетная схема одномассовой одноопорной виброзащитной системы с двумя степенями переменной жесткости представлена на рис. 3. Динамика этой колебательной системы описывается дифференциальным уравнением (1). В нормальном состоянии весь упругий элемент (на схеме – пружина) разблокирован и участвует в работе подвески. Сила упругости деформированной подвески определяется по формуле

$$F_{упр} = c \cdot x = c \cdot (z - q), \quad (19)$$

где  $x$  – деформация подвески;  $c$  – жесткость подвески с разблокированным участком пружины.

В момент блокирования участка пружины жесткость подвески меняется и вычисляется по формуле

$$c_{\text{бл}} = c \frac{l_0 + x_{\text{ВК}}}{l_0 - l_{\text{д}} + x_{\text{ВК}}}, \quad (20)$$

где  $c_{\text{бл}}$  – жесткость рабочей части пружины с заблокированным участком;  $x_{\text{ВК}}$  – деформация подвески в момент блокирования участка пружины.

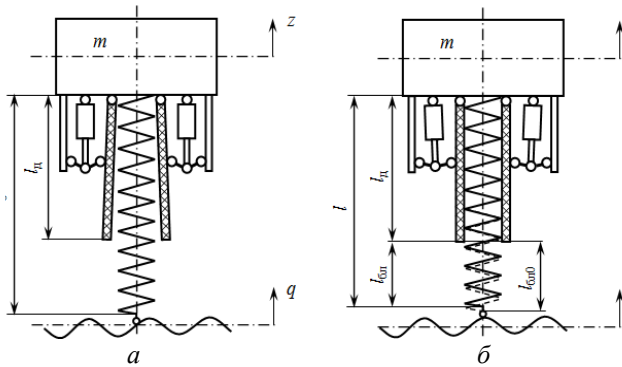


Рис. 3. Расчетная схема одномассовой одноопорной виброзащитной системы с двумя ступенями переменной жесткости в статическом положении (а) и в процессе движения с заблокированным участком пружины (б):

$m$  – поддрессоренная масса;  $l_0$  – общая длина пружины при статическом положении колебательной системы;  $l$  – общая длина пружины без блокирования участка в процессе движения;  $l_{\text{д}}$  – длина заблокированного участка пружины;  $l_{\text{бл0}}$  – длина рабочей части пружины после блокирования участка при статическом положении колебательной системы;  $l_{\text{р0}}$  – длина рабочей части пружины после блокирования участка в процессе движения;  $q$  – кинематическое возмущение;  $z$  – перемещение поддрессоренной массы

Жесткость пружины с постоянной по длине жесткостью обратно пропорциональна ее длине. Для двух участков I и II одной пружины справедливы следующие равенства:

$$c_I = \frac{\kappa}{l_I}; \quad c_{II} = \frac{\kappa}{l_{II}}; \quad \frac{c_I}{c_{II}} = \frac{l_{II}}{l_I}. \quad (21)$$

Здесь  $c_I$ ,  $c_{II}$ ,  $l_I$ ,  $l_{II}$  – соответственно, жесткости и длины участков пружины;  $\kappa$  – коэффициент пропорциональности.

В силу соотношений (21) произведение длины и жесткости пружины в статическом положении после блокирования участка пружины равно соответствующему произведению до блокирования:

$$l_{\text{бл0}} \cdot c_{\text{бл}} = l_0 \cdot c, \quad (22)$$

откуда длина рабочей части пружины с заблокированным участком при статическом положении колебательной системы

$$l_{\text{бл0}} = l_0 \cdot \frac{c}{c_{\text{бл}}} = l_0 \cdot \frac{l_0 - l_{\text{д}} + x_{\text{ВК}}}{l_0 + x_{\text{ВК}}}. \quad (23)$$

Сила упругости деформированной рессоры с заблокированным участком пружины рассчитывается по формуле

$$F_{\text{упр}} = c_{\text{бл}} \cdot (x + x_{\text{ст.бл}} - \Delta) = c_{\text{бл}} \cdot (z - q + x_{\text{ст.бл}} - \Delta). \quad (24)$$

Здесь  $\Delta = l_{\text{бл0}} - (l_0 - l_{\text{д}}) = l_0 \cdot \frac{l_0 - l_{\text{д}} + x_{\text{ВК}}}{l_0 + x_{\text{ВК}}} - l_0 + l_{\text{д}} = l_{\text{д}} \frac{x_{\text{ВК}}}{l_0 + x_{\text{ВК}}}$

– изменение статической деформации подвески после блокирования участка пружины.

Таким образом, условия для вычисления силы упругости в уравнении (1) можно описать единым уравнением:

$$m\ddot{z} + c_0(z - q - \Delta) = 0, \quad (25)$$

где  $c_0 = c$ ,  $\Delta = 0$  – для мягкой подвески (с разблокированным участком пружины);  $c_0 = c \frac{l_0 + x_{\text{ВК}}}{l_0 - l_{\text{д}} + x_{\text{ВК}}}$ ,  $\Delta = l_{\text{д}} \frac{x_{\text{ВК}}}{l_0 + x_{\text{ВК}}}$  – для жесткой подвески (с заблокированным участком пружины).

Тогда для подвески с разблокированным участком пружины

$$m\ddot{z} + c(z - q) = 0, \quad (26)$$

для подвески с заблокированным участком пружины

$$m\ddot{z} + c(z - q) \left( \frac{l_0 + x_{\text{ВК}} - l_{\text{д}} \frac{x_{\text{ВК}}}{z - q}}{l_0 + x_{\text{ВК}} - l_{\text{д}}} \right) = 0, \quad (27)$$

Уравнения (26) и (27) можно свести к единому уравнению:

$$m\ddot{z} + uc(z - q) = 0, \quad (28)$$

где  $u = 1$  – для мягкой подвески;  $u = \frac{l_0 + x_{\text{ВК}} - l_{\text{д}} \frac{x_{\text{ВК}}}{z - q}}{l_0 + x_{\text{ВК}} - l_{\text{д}}}$  – для жесткой подвески.

В относительных параметрах уравнение (28) имеет вид:

$$\ddot{z} + u\omega_0^2(z - q) = 0, \quad (29)$$

Здесь  $\omega_0$  – собственная частота колебаний системы с мягкой подвеской.

Свободные колебания одномассовой колебательной системы с двумя ступенями переменной жесткости подвески можно описать уравнением:

$$m\ddot{z} + u_0 cz = 0, \quad (30)$$

или

$$\ddot{z} + u_0 \omega_0^2 z = 0, \quad (31)$$

где  $u_0 = 1$  – для мягкой подвески;  $u_0 = \frac{l_0 + x_{\text{ВК}} - l_{\text{д}} \frac{x_{\text{ВК}}}{z}}{l_0 + x_{\text{ВК}} - l_{\text{д}}}$  – для жесткой подвески.

#### Вывод алгоритмов оптимального двухступенчатого регулирования жесткости подвески при постоянной жесткости ступеней в одномассовой колебательной системе

Для определения алгоритмов оптимального двухступенчатого регулирования жесткости подвески как при вынужденных, так и при свободных колебаниях воспользуемся принципом максимума Л. С. Понтрягина [22]. В соответствии с этим принципом предположим, что состояние поддрессоренной массы  $m$  в каждый момент времени характеризуется действительными числами  $z_1$  и  $z_2$  в фазовых координатах, причем векторное пространство  $Z$  векторной переменной  $z = (z_1, z_2)$  является фазовым пространством (фазовой плоскостью) состояния поддрессоренной массы.

В фазовых координатах  $z_1 = z$ ,  $z_2 = \frac{dz}{dt}$  закон движения поддрессоренной массы с переменной жесткостью (переменной упругой характеристикой  $F_{\text{упр}}$ ) записывается в виде системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dz_i}{dt} = f_i(z_1, z_2, F_{\text{упр}}), \quad i = 1, 2. \quad (32)$$

Функции  $f_i$  определены для любых значений векторной переменной  $z$  и для значений  $F_{\text{упр}}$ , а также непрерывны и непрерывно дифференцируемы по  $z_1$  и  $z_2$ .

Принцип Л. С. Понтрягина позволяет найти условия минимума некоторого функционала

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f_0 dt. \quad (33)$$

Для определения условий минимизации перемещений подпрессоренной массы, зададимся функцией

$$f_0 = \left(\frac{dz_1}{dt}\right)^2 = (z_2)^2, \quad (34)$$

определенной и непрерывной со своей частной производной  $\frac{\partial f_0}{\partial z_2}$  на всём пространстве  $Z$ . Тогда минимум функционала (33) будет соответствовать движению подпрессоренной массы с минимальным отклонением по перемещению от предшествующего состояния в каждый последующий момент времени.

Согласно принципу максимума, существует некоторое оптимальное регулирование силой упругости  $F_{\text{упр}}$ , переводящее фазовую точку из положения  $z(t_0)$  в положение  $z(t_1)$  и придающее функционалу (33) минимальное значение. Существует также функция

$$H = \sum_{\alpha=0}^2 \psi_{\alpha} f_{\alpha}(z_1, z_2, F_{\text{упр}}), \quad (35)$$

где  $\psi_{\alpha}$  – дополнительные переменные, для которых

$$\frac{d\psi_i}{dt} = - \sum_{\alpha=0}^2 \frac{\partial f_{\alpha}(z_1, z_2, F_{\text{упр}})}{\partial z_i} \psi_{\alpha}, \quad i = 0, 1, 2. \quad (36)$$

Для оптимальности регулирования  $F_{\text{упр}}(t)$  необходимо, чтобы существовало такое нетривиальное решение  $\psi_0(t)$ ,  $\psi_1(t)$  и  $\psi_2(t)$ , для которого при любом  $t$ ,  $t_0 \leq t \leq t_1$ , функция  $H$  переменных  $u \in U$  достигает максимума, и выполняются соотношения

$$\psi_0(t) = \text{const} \leq 0, \quad H = 0. \quad (37)$$

В случае вынужденных колебаний, в соответствии с уравнениями (30) и (31),

$$F_{\text{упр}} = \frac{c_{\text{ос}}c_{\text{д}}}{c_{\text{ос}}+c_{\text{д}}}(z - q) + \Delta F_{\text{упр}}(t). \quad (38)$$

Тогда уравнению (12) в фазовых координатах соответствует система

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= z_2 = f_1, \\ \frac{dz_2}{dt} &= -\frac{1}{m} \left[ \frac{c_{\text{ос}}c_{\text{д}}}{c_{\text{ос}}+c_{\text{д}}}(z_1 - q) + \Delta F_{\text{упр}}(t) \right] = f_2. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Таким образом, для рассматриваемой системы функция (35) в фазовых координатах принимает вид:

$$H = \psi_0(z_2)^2 + \psi_1 z_2 - \frac{\psi_2}{m} \cdot \frac{c_{\text{ос}}c_{\text{д}}}{c_{\text{ос}}+c_{\text{д}}}(z_1 - q) - \frac{\psi_2}{m} \cdot \Delta F_{\text{упр}}(t) \quad (40)$$

или, в обычных координатах,

$$H = \psi_0(z)^2 + \psi_1 z - \frac{\psi_2}{m} \cdot \frac{c_{\text{ос}}c_{\text{д}}}{c_{\text{ос}}+c_{\text{д}}}(z - q) - \frac{\psi_2}{m} \cdot \Delta F_{\text{упр}}(t). \quad (41)$$

В работе [16] показано, что справедливы следующие равенства:  $\text{sgn } \psi_2 = -\text{sgn } z_2 = -\text{sgn } \dot{z}$ .  $\psi_0$  – любое отрицательное число. Подставив эти условия в уравнение (41), получим условия максимума функции  $H$ :

$$\dot{z} \Delta F_{\text{упр}}(t) \rightarrow \text{max}. \quad (42)$$

Условие (42) выполнимо, если

$$\Delta F_{\text{упр}}(t) \rightarrow \text{max} \quad \text{при } \dot{z} > 0, \quad (43)$$

$$\Delta F_{\text{упр}}(t) \rightarrow \text{min} \quad \text{при } \dot{z} < 0. \quad (44)$$

При растяжении подвески ( $\dot{z} - \dot{q} > 0$ ) блокирование дополнительного упругого элемента приводит в дальнейшем к увеличению  $\Delta F_{\text{упр}}$  в каждый последующий момент времени, причем  $\Delta F_{\text{упр}} > 0$ , а при сжатии ( $\dot{z} - \dot{q} < 0$ ) – к уменьшению  $\Delta F_{\text{упр}}$ , причем  $\Delta F_{\text{упр}} < 0$ . Поэтому при  $\dot{z} > 0$  и  $\dot{z} - \dot{q} > 0$ , а также при  $\dot{z} < 0$  и  $\dot{z} - \dot{q} < 0$  дополнительный упругий элемент должен быть заблокирован, а при  $\dot{z} < 0$  и  $\dot{z} - \dot{q} > 0$ , а также при  $\dot{z} > 0$  и  $\dot{z} - \dot{q} < 0$  – разблокирован.

Эти условия можно записать следующим образом:

$$\Delta F_{\text{упр}} = \begin{cases} 0 & \text{при } \dot{z} \cdot (\dot{z} - \dot{q}) < 0 \\ \frac{c_{\text{ос}}^2}{c_{\text{ос}}+c_{\text{д}}}(z - q - x_{\text{вк}}) & \text{при } \dot{z} \cdot (\dot{z} - \dot{q}) > 0 \end{cases} \quad (45)$$

В случае колебаний системы без внешнего возмущающего воздействия  $q = 0$  и  $\dot{q} = 0$ , что соответствующим образом сказывается на виде функции  $H$ , однако условия максимума этой функции в этом случае аналогичны условиям (42)-(44).

При растяжении подвески ( $\dot{z} > 0$ ) блокирование дополнительного упругого элемента приводит в дальнейшем к увеличению  $\Delta F_{\text{упр}0}$ , причем  $\Delta F_{\text{упр}} > 0$ , а при сжатии ( $\dot{z} < 0$ ) – к уменьшению  $\Delta F_{\text{упр}0}$ , причем  $\Delta F_{\text{упр}} < 0$ . Таким образом, блокирование дополнительного упругого элемента в любой момент времени приводит к последующему минимальному перемещению подпрессоренной массы.

#### Вывод АЛГОРИТМОВ ОПТИМАЛЬНОГО ДВУХСТУПЕНЧАТОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ЖЕСТКОСТИ ПОДВЕСКИ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ СТУПЕНЕЙ В ОДНОМАССОВОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

В случае переменной жесткости ступеней закон движения подпрессоренной массы с переменной жесткостью в фазовых координатах, в соответствии с уравнениями (29)-(31) записывается в виде системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dz_i}{dt} = f_i(z_1, z_2, u), \quad i = 1, 2. \quad (46)$$

где  $u$  – управляющий параметр. Соответственно,

$$H = \sum_{\alpha=0}^2 \psi_{\alpha} f_{\alpha}(z_1, z_2, u), \quad (47)$$

Рассмотрим сначала свободные колебания с управляемой жесткостью. Тогда уравнению (29) в фазовых координатах соответствует система

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= z_2 = f_1, \\ \frac{dz_2}{dt} &= -u\omega_0^2(z_1 - q) = f_2, \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

где  $u = 1$  – для мягкой подвески;  $u = \frac{l_0 + x_{BK} - l_d \frac{x_{BK}}{z - q}}{l_0 + x_{BK} - l_d}$  – для жесткой подвески.

Функция (47) в фазовых координатах принимает вид:

$$H = \psi_0(z_2)^2 + \psi_1 z_2 - \psi_2 u \cdot \omega_0^2(z_1 - q) \quad (49)$$

или, в обычных координатах,

$$H = \psi_0(\dot{z})^2 + \psi_1 \dot{z} - \psi_2 u \cdot \omega_0^2(z - q). \quad (50)$$

Так как  $sgn \psi_2 = -sgn z_2 = -sgn \dot{z}$ , то условие максимума функции  $H$

$$\dot{z} u \cdot (z - q) \rightarrow \max. \quad (51)$$

Условие (51) выполнимо, если

$$u \rightarrow \max \quad \text{при } \dot{z} \cdot (z - q) > 0, \quad (52)$$

$$u \rightarrow \min \quad \text{при } \dot{z} \cdot (z - q) < 0. \quad (53)$$

При растяжении подвески ( $\dot{z} - \dot{q} > 0$ ) блокирование части упругого элемента приводит в дальнейшем к увеличению  $u$  в каждый последующий момент времени при  $(z - q) > 0$  и к уменьшению  $u$  при  $(z - q) < 0$ . При сжатии подвески ( $\dot{z} - \dot{q} < 0$ ) блокирование части упругого элемента приводит в дальнейшем к увеличению  $u$  в каждый последующий момент времени при  $(z - q) < 0$  и к уменьшению  $u$  при  $(z - q) > 0$ . Это возможно:

$$- \text{при } \dot{z} > 0, (\dot{z} - \dot{q}) > 0, (z - q) > 0; \quad (54)$$

$$- \text{при } \dot{z} > 0, (\dot{z} - \dot{q}) > 0, (z - q) < 0; \quad (55)$$

$$- \text{при } \dot{z} < 0, (\dot{z} - \dot{q}) < 0, (z - q) < 0; \quad (56)$$

$$- \text{при } \dot{z} < 0, (\dot{z} - \dot{q}) < 0, (z - q) > 0. \quad (57)$$

Условия (54)–(57) сводятся к следующему: при  $\dot{z} > 0$  и  $(\dot{z} - \dot{q}) > 0$ , а также при  $\dot{z} < 0$  и  $(\dot{z} - \dot{q}) < 0$  часть упругого элемента должна быть заблокирована, соответственно, при  $\dot{z} < 0$  и  $(\dot{z} - \dot{q}) > 0$ , а также при  $\dot{z} > 0$  и  $(\dot{z} - \dot{q}) < 0$  – разблокирована. Таким образом, при оптимальном регулировании жесткости подвески

$$u = \begin{cases} 1 & \text{при } \dot{z} \cdot (\dot{z} - \dot{q}) < 0; \\ \frac{l_0 + x_{BK} - l_d \frac{x_{BK}}{z - q}}{l_0 + x_{BK} - l_d} & \text{при } \dot{z} \cdot (\dot{z} - \dot{q}) > 0. \end{cases} \quad (58)$$

В случае колебаний системы без внешнего возмущающего воздействия условие максимума функции  $H$

$$\dot{z} u \cdot \omega_0^2 z \rightarrow \max. \quad (59)$$

Условие (59) свидетельствует о том, что блокирование части упругого элемента в любой момент времени приводит к последующему минимальному перемещению поддресоренной массы.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены две принципиальные схемы, к которым приводятся все разнообразные способы двухступенчатого регулирования жесткости в подвесках различных типов:

- 1) с постоянной жесткостью ступеней;
- 2) с переменной жесткостью ступеней.

Схема первого типа может быть достаточно легко реализуема в подвесках с твердотельным упругим элементом. Схема второго типа реализуется в конструкции пневматической подвески с дополнительным объемом.

Разработаны математические модели подвесок с двухступенчатым регулированием жесткости в одномассовой колебательной системе.

Выведены алгоритмы оптимального двухступенчатого регулирования жесткости подвески при постоянной, и при переменной жесткости ступеней.

Установлено, что при кинематическом возмущении колебательной системы оптимальным алгоритмом двухступенчатого регулирования жесткости является алгоритм, при котором включение ступени подвески с большей жесткостью происходит при смене направления деформации подвески, а переключение на меньшую жесткость происходит при смене направления движения поддресоренной массы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Фитилев Б.Н., Аверьянов Г.С., Бельков В.Н. Пневматическая подвеска // А.с. 8442295, СССР, 3 МКИ F 16 F 9/04; Омский политехнический институт (СССР), № 2806835/25. Бюлл. №24.
2. Густомясов А.Н. Анализ колебательной системы подвески автомобиля с дискретным изменением жесткости // Изв. вузов. – М.: Машиностроение, 1978. – № 5. – С. 187-188.
3. Yoshimura T. Pneumatic active suspension system for a one-wheel car model using fuzzy reasoning and a disturbance observer / T. Yoshimura, A. Takagi // Journal of Zhejiang University SCIENCE. – 2004. – vol. 5(9) – P. 1060-1068. DOI: 10.1631/jzus.2004.10
4. Гнеушева Е.М. Динамические свойства виброзащитных систем с дополнительным упругодемпфирующим звеном прерывистого действия / Е.М. Гнеушева, О.В. Фомина, В.И. Чернышев // Справочник. Инженерный журнал. – 2006. – №6. – С. 59-64.
5. Калашников Б.А. Системы амортизации объектов с дискретной коммутацией упругих элементов: монография. – Омск: ОмГТУ, 2008. – 344 с.
6. Фитилев Б.Н. К расчёту характеристик пневмоэлемента с воздушным демпфированием / Б.Н. Фитилев, В.А. Комочков, А.В. Поздеев // Прогресс транспортных средств и систем - 2009: матер. междунар. н.-пр. конф. в 2 ч. Ч. 2 (Волгоград, 13-15 окт. 2009 г.) – Волгоград, 2009. – С. 40-47.
7. Хамитов Р.Н. Синтез системы управления импульсным электродинамическим клапаном пневмоамортизатора // Справочник. Инженерный журнал. – 2008. – № 2. – С. 62–64.
8. Хамитов Р.Н. Рабочие процессы двухкамерного пневматического амортизатора с кратковременной коммутацией объемов / Р.Н. Хамитов, Г.С. Аверьянов, А.Б. Корчагин // Вестник машиностроения. – 2009. – №10. – С. 19-23.
9. Определение условий оптимального регулирования жесткости пневматической подвески АТС / К.В. Чернышов, А.В. Поздеев, В.В. Новиков, И.М. Рябов // Грузовик &. – 2010. – №11. – С. 2-5.
10. Новиков В.В. Определение оптимальных алгоритмов регулирования активно-управляемых пневмоподвесок / В.В. Новиков, А.В. Поздеев // Грузовик &. – 2010. – №5. – С. 6-10.
11. Подзоров А. В. Математическая модель управляемой системы поддресоривания АТС / А.В. Подзоров, А.С. Горобцов, М.В. Ляшенко // Автомобильная промышленность. – 2010. – №9. – С. 16-19.
12. Синтез алгоритмов оптимального управления демпфированием и жесткостью подвески АТС / А.В. Поздеев, В.В. Новиков, К.В. Чернышов, И.М. Рябов // Грузовик. – 2011. – №6. – С. 2-6.

13. Дьяков А.С. Оптимальное управление жёсткостью и демпфированием подвески АТС на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина / А.С. Дьяков, А.В. Поздеев, А.В. Похлебин // Вестник Академии военных наук. – 2011. – №2 (спецвыпуск). – С. 132-139.

14. Поздеев А.В. Коммутация полостей как способ повышения виброзащитных свойств двухкамерных пневматических рессор // Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития `2011: сб. науч. тр. SWorld по матер. междунар. науч.-практ. конф. (Одесса 04-15 окт. 2011 г.). Т. 2. Технические науки – Одесса, 2011. – С. 40-48.

15. Новиков В.В., Поздеев А.В., Дьяков А.С., Карлов В.И., Черкашина Е.А. Пневматическая подвеска // П. м. РФ №109698, МПК В 60 G 11/27, F 16 F 9/04. 2011.

16. Рябов И.М., Поздеев А.В., Новиков В.В., Дьяков А.С., Чернышов К.В. Подвеска колеса автомобиля // П. м. РФ №109697, МПК В 60 G 11/00. 2011.

17. Регулируемые пневматические и пневмогидравлические рессоры подвесок автотранспортных средств: монография / А.В. Поздеев, В.В. Новиков, А.С. Дьяков и др. – Волгоград, 2013. – 244 с.

18. Саморегулируемые двухкамерные пневматические рессоры с коммутацией полостей / А.В. Поздеев, А.С. Дьяков, В.В. Новиков, И.М. Рябов // Грузовик. – 2013. – №9. – С. 2-5.

19. Исследования двухкамерной пневматической рессоры с коммутацией полостей / А.В. Поздеев, А.С. Дьяков, В.В. Новиков, И.М. Рябов // Грузовик. – 2013. – №1. – С. 35-37.

20. Чернышов К.В. Математическое обоснование алгоритма оптимального управления жёсткостью упругого элемента в одномассовой колебательной системе / К.В. Чернышов, А.В. Поздеев, И.М. Рябов // Известия ВолгГТУ. Серия "Наземные транспортные системы". Вып. 6: межвуз. сб. науч. ст. – Волгоград, 2013. - №10 (113). – С. 38-42.

21. Поздеев А.В. Виброзащитные свойства двухполостных пневматических рессор на основе синтеза оптимальных алгоритмов коммутации полостей // Технология колёсных и гусеничных машин. – 2015. – №1. – С. 27-31.

22. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1976. – 392 с.

23. Чернышов К.В. Определение условий оптимального управления демпфированием подвески АТС на основе принципа максимума Л. С. Понтрягина / К.В. Чернышов, В.В. Новиков, И.М. Рябов // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – М.: Машиностроение, 2006. – №2. – С. 13-15.

DOI: 10.24892/RIJE/20180202

# Theoretical Foundations of Optimal Two-Step Control of Suspension Stiffness of Transport Vehicle in Oscillation Cycle

Chernyshov K.V., Ryabov I.M., Pozdееv A.V.

Volgograd State Technical University  
Volgograd, Russian Federation

[chernykv@rambler.ru](mailto:chernykv@rambler.ru), [rjabov1603@mail.ru](mailto:rjabov1603@mail.ru), [pozdeev.vstu@gmail.com](mailto:pozdeev.vstu@gmail.com)

**Abstract.** The article dwells upon the issues of control of suspension stiffness of transport vehicle in oscillation cycle. This article describes the methods of stiffness change of suspension and identifies two principal schemes of two-step stiffness change of suspension: a suspension with constant step stiffness and a suspension with variable step stiffness. Mathematical models of suspensions with a two-step stiffness control in a single mass oscillating system have been developed for each of the two principal schemes of stiffness control. Having employed the maximum principle of L.S. Pontryagin, the algorithms for the optimal suspension stiffness control have been determined. In particular, it has been found that when the oscillating system is unbalanced with the subsequent absence of the external force and kinematic action, any stiffness switching, even chaotic one, results in a decrease in the motion amplitudes of the sprung mass and oscillation damping. The optimal control algorithm in case of kinematic disturbance of the oscillating system is an algorithm at which the activation of suspension step with a higher stiffness occurs during the change in direction of suspension deformation. and the system switches to the lower stiffness during the change in direction of motion of the sprung mass.

**Keywords:** vehicle suspension, vibration isolation qualities, algorithm, constant and variable stiffness, two-step stiffness control, additional springing element, additional volume.

## REFERENCES

1. Fitilev B.N., Averyanov G.S., Belkov V.N. *Pnevmaticheskaya podveska* [Air suspension], A.S. 8442295, USSR, 3 MKI F 16 F 9/04, no. 2806835/25. Bull no.24. (in Russ.)
2. Gustomyakov A.N. Analysis of the oscillatory suspension system of a car with a discrete change in stiffness [Analiz kolebatel'noy sistemy podveski avtomobilya s diskretnym izmeneniem zhestkosti], *Izvestia vuzov*, Moscow, Mashinostroenie, 1978, no.5, pp. 187-188. (in Russ.)
3. Yoshimura T., Takagi A. Pneumatic active suspension system for a one-wheel car model using fuzzy reasoning and a disturbance observer, *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, 2004, vol. 5(9), pp. 1060-1068. DOI: 10.1631/jzus.2004.10
4. Gneusheva E.M., Fominova O.V., Chernyshev V.I. Dynamic properties of vibroprotective systems with an additional elastic-damping link of intermittent action [Dinamicheskie svoystva vibrozashchitnykh sistem s dopolnitel'nym uprugodempfiruyushchim zvenom preryvistogo deystviya], *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal [HANDBOOK. An Engineering journal with appendix]*, 2006, no.6, pp. 59-64. (in Russ.)
5. Kalashnikov B.A. *Sistemy amortizatsii ob'ektov s diskretnoy kommutatsiey uprugikh elementov: monografiya* [Systems of depreciation of objects with discrete switching of elastic

elements: a monograph], Omsk, OmGTU, 2008, 344 p. (in Russ.)

6. Fitilev B.N., Komochkov V.A., Pozdeev A.V. To calculate the characteristics of a pneumatic element with air damping [K raschetu kharakteristik pnevmoelementa s vozdushnym dempfirovaniem], *Progress transportnykh sredstv i sistem - 2009: mater. mezhdunar. n.-pr. konf. [Mater. international N.-pr. conf.: Progress of vehicles and systems – 2009, in 2 hours. Part 2]*, Volgograd, 2009, pp. 40-47. (in Russ.)

7. Khamitov R.N. Synthesis of the control system of a pulse electrodynamic valve of a pneumatic shock absorber [Sintez sistemy upravleniya impul'snym elektrodinamicheskim klapanom pnevmoamortizatora], *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal [HANDBOOK. An Engineering journal with appendix]*, 2008, no.2, pp. 62-64. (in Russ.)

8. Khamitov R.N., Averyanov G.S., Korchagin A.B. Operational processes in a dual-chamber pneumatic shock absorber with rapid switching, *Russian Engineering Research*, 2009, vol. 29, no.10, pp. 974-978. DOI: 10.3103/S1068798X09100037

9. Chernyshov K.V., Pozdeev A.V., Novikov V.V., Ryabov I.M. Determination of optimal stiffness control of vehicle air suspension based [Opredelenie usloviy optimal'nogo regulirovaniya zhestkosti pnevmaticheskoy podveski ATS], *Gruzovik & [Truck &]*, 2010, no.11, pp. 2-5. (in Russ.)

10. Novikov V.V., Pozdeev A.V. Determination of optimal control algorithms of actively managed air suspensions [Opredelenie optimal'nykh algoritmov regulirovaniya aktivno-upravlyaemykh pnevmopodvesok], *Gruzovik & [Truck &]*, 2010, no.5, pp. 6-10. (in Russ.)

11. Podzorov A.V., Gobotsov A.S., Lyashenko M.V. The mathematical model of the controllable suspension system of the vehicle [Matematicheskaya model' upravlyaemoy sistemy podressorivaniya ATS], *Avtomobil'naya promyshlennost' [Automotive industry]*, 2010, no.9, pp. 16-19. (in Russ.)

12. Pozdeev A.V., Novikov V.V., Chernyshov K.V., Ryabov I.M. Synthesis of vehicle suspension damping and stiffness optimal control algorithms [Sintez algoritmov optimal'nogo upravleniya dempfirovaniem i zhestkost'yu podveski ATS], *Gruzovik & [Truck &]*, 2011, no.6, pp. 2-6. (in Russ.)

13. Dyakov A.S., Pozdeev A.V., Pokhlebin A.V. Optimal control of stiffness and damping of the PBX suspension based on the maximum principle L.S. Pontryagin [Optimal'noe upravlenie zhestkost'yu i dempfirovaniem podveski ATS na osnove printsipa maksimuma L.S. Pontryagina], *Vestnik Akademii voennykh nauk [Bulletin of the Academy of Military Sciences]*, 2011, no.2 (special issue), pp. 132-139. (in Russ.)

14. Pozdeev A.V. Commutation of cavities as a way to increase the vibroprotective properties of dual-chamber pneumatic springs [Kommutatsiya polostey kak sposob povysheniya vibrozashchitnykh svoystv dvukhkamernykh pnevmaticheskikh resor], *Trudy: Nauchnye issledovaniya i ikh prakticheskoe primenenie. Sovremennoe sostoyanie i puti razvitiya `2011 [Proc. Scientific studies and their practical application.*

*The current state and ways of development `2011]*, Odessa, 2011, pp. 40-48. (in Russ.)

15. Novikov V.V., Pozdeev A.V., Dyakov A.S., Karlov V.I., Cherkashina E.A. *Pnevmaticheskaya podveska* [Air suspension], Utility model of the Russian Federation No. 109698, IPC B 60 G 11/27, F 16 F 9/04, 2011. (in Russ.)

16. Ryabov I.M., Pozdeev A.V., Novikov V.V., Dyakov A.S., Chernyshov K.V. *Podveska koleasa avtomobilya* [Vehicle wheel suspension], Utility model of the Russian Federation No.1069697, IPC B 60 G 11/00. 2011. (in Russ.)

17. Pozdeev A.V., Novikov V.V., Dyakov A.S. et al. *Reguliruemye pnevmaticheskie i pnevmogidravlicheskie resory podvesok avtotransportnykh sredstv : monografiya* [Adjustable pneumatic and pneumohydraulic springs of vehicle suspensions: monograph], Volgograd, 2013, 244 p. (in Russ.)

18. Pozdeev A.V., Dyakov A.S., Novikov V.V., Ryabov I.M. Self-adjustable dual-chamber pneumatic springs with volumes commutation [Samoreguliruemye dvukhkamernye pnevmaticheskie resory s kommutatsiey polostey], *Gruzovik & [Truck &]*, 2013, no.9, pp. 2-5. (in Russ.)

19. Pozdeev A.V., Dyakov A.S., Novikov V.V., Ryabov I.M. Research of an dual-chamber pneumatic spring with switching of cavities [Issledovaniya dvukhkamernoy pnevmaticheskoy resory s kommutatsiey polostey], *Gruzovik & [Truck &]*, 2013, no.1, pp. 35-37. (in Russ.)

20. Chernyshov K.V., Pozdeev A.V., Ryabov I.M. Mathematical substantiation of the algorithm for optimal control of the stiffness of an elastic element in a single-mass oscillatory system [Matematicheskoe obosnovanie algoritma optimal'nogo upravleniya zhestkost'yu uprugogo elementa v odnomassovoy kolebatel'noy sisteme], *Izvestiya VolgGTU. Seriya "Nazemnye transportnye sistemy" [News of VolgGTU. A series of "Land Transport Systems"]*, Volgograd, 2013, vol. 6, no.10 (113), pp. 38-42. (in Russ.)

21. Pozdeev A.V. Vibro-protecting two-cavity pneumatic springs properties determined on the basis of cavity commutation optimal algorithms synthesis [Vibrozashchitnye svoystva dvukhpolostnykh pnevmaticheskikh resor na osnove sinteza optimal'nykh algoritmov kommutatsii polostey], *Tekhnologiya kolesnykh i gusenichnykh mashin [Wheel and Tracked Technology]*, 2015, no.1, pp. 27-31. (in Russ.)

22. Pontryagin L.S., Boltyansky V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical theory of optimal processes], Moscow, Science, 1976, 392 p.

23. Chernyshov K.V., Novikov V.V., Ryabov I.M. Determination of conditions for optimal control of the damping of a PBX suspension based on the maximum principle L. S. Pontryagin [Opredelenie usloviy optimal'nogo upravleniya dempfirovaniem podveski ATS na osnove printsipa maksimuma L. S. Pontryagina], *Traktory i sel'skokhozyaystvennyye mashiny [Tractors and agricultural machines]*, Moscow, Mashinostroenie, 2006, no.2, P. 13-15.

#### Библиографическое описание статьи

Чернышов К.В. Теоретические основы оптимального двухступенчатого регулирования жесткости подвески транспортного средства в цикле колебаний / К.В. Чернышов, И.М. Рябов, А.В. Поздеев // Машиностроение: сетевой электронный научный журнал. – 2018. – Т.6, №2. – С. 10-17. DOI: 10.24892/RIJE/20180202

#### Reference to article

Chernyshov K.V., Ryabov I.M., Pozdeev A.V. Theoretical foundations of optimal two-step control of suspension stiffness of transport vehicle in oscillation cycle, *Russian Internet Journal of Industrial Engineering*, 2018, vol.6, no.2, pp. 10-17. DOI: 10.24892/RIJE/20180202