

# Выбор аппроксимирующих зависимостей для определения степени корреляции режимов обработки\*

Шульгин А.Н., Чуприна О.А., Шахова О.А., Пыхов В.В.

Снежинский физико-технический институт (филиал) ФГАОУ ВО «НИЯУ «МИФИ»,  
г. Снежинск, Российская Федерация

[ANShulgin@mephi.ru](mailto:ANShulgin@mephi.ru)

**Аннотация.** Для более подробного анализа усилий резания в пересчете на количество обработанных отверстий и ресурс сверл, в привязке к конкретному оборудованию, номенклатуре инструмента и используемым материалам проведена полиномиальная аппроксимация (4-го порядка) графических данных и получены зависимости типа  $P_{01}=f_1(S)$ ,  $P_{02}=f_2(S)$ ,  $P_{03}=f_3(S)$  для всех типов материалов. Кроме того, установлено, что зависимости осевой составляющей силы резания от подачи при использовании сверл разного диаметра и разных типов материалов при одной и той же частоте вращения шпинделя схожи с точностью до поправочного коэффициента.

Проведенные теоретические исследования дают возможность для дальнейшего определения рациональных факторов обработки отверстий для разных типов обрабатываемых композиционных материалов, используемых на производстве.

**Ключевые слова:** фольгированный стеклотекстолит, осевая составляющая силы резания, режимы резания, аппроксимирующая зависимость, скорость движения осевой подачи, частота вращения шпинделя, корреляция режимов резания.

## ВВЕДЕНИЕ

На основании набора теоретических и экспериментальных данных при проведении сверления фольгированного стеклотекстолита различных марок с использованием номенклатуры сверл диаметром 0,8...2,0 мм [19-21] для определения сходимости результатов на разных режимах резания необходимо провести математическую обработку результатов и выполнить аппроксимацию полученных графических зависимостей, одна из которых приведена на рис. 1. По оси абсцисс на графике приведены значения скорости движения осевой подачи ( $S$ ), по оси ординат средние значения осевой составляющей силы резания ( $P_0$ ). Данные приведены для значения частоты вращения шпинделя  $n = 36000$  об/мин и обработке сверлом диаметром 1 мм.

Аппроксимация экспериментальных данных представляет собой методику, которая основана на замене опытно полученных данных аналитической функцией, которая наиболее близко проходит или совпадает в узловых точках с исходными значениями, которые получены в ходе проведения эксперимента или опыта. Существует два основных способа для определения аналитической функции: - построение интерполяционного многочлена  $n$ -степени, который проходит непосредственно через все точки заданного массива данных. В данном случае аппроксими-

рующая функция представляется в виде: интерполяционного многочлена в форме Лагранжа или интерполяционного многочлена в форме Ньютона;

- построение аппроксимирующего многочлена  $n$ -степени, который проходит в ближайшей близости от точек из заданного массива данных. Таким образом, аппроксимирующая функция сглаживает все случайные погрешности (или помехи), которые могут возникать при выполнении эксперимента. В исходном случае аппроксимирующая функция чаще всего определяется по методу наименьших квадратов (МНК) или методу наименьших модулей (МНМ) [7-10, 16, 17, 22, 23].

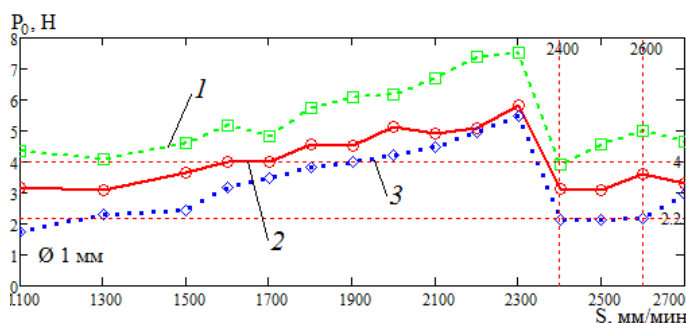


Рис. 1 Зависимость  $P_{0cp}(S)$ :

1 – материал СФ-2; 2 – материал Isola; 3 – материал Gem

## АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ:

### ВЫБОР АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ

Ряд программ для работы с табличными данными, например, MS Excel содержат встроенный модуль аппроксимации экспериментальных данных. Возможны следующие варианты функций: линейная, типа  $y=ax+b$ ; полиномиальная, типа  $y=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_nx^n$ , где до шестого порядка включительно,  $a_i$  – константы; логарифмическая, типа  $y=a \cdot \ln x + b$ , где  $a$  и  $b$  – константы,  $\ln$  – функция натурального логарифма; степенная типа  $y=b \cdot x^a$ , где  $a$  и  $b$  – константы; экспоненциальная, типа  $y=b \cdot e^{ax}$ ,  $a$  и  $b$  – константы,  $e$  – основание натурального логарифма. На рис. 2. представлены все вышеописанные виды аппроксимирующих функций.

Кроме того, подбор качественной аппроксимирующей зависимости возможно выполнить с помощью специализированного программного продукта CurveExpert Professional, который можно бесплатно выгрузить с сайта официального сайта разработчика. Компилятор имеет совре-

\* Статья публикуется по рекомендации программного комитета Всероссийской научно-технической конференции "Пром-Инжиниринг", <https://icie-rus.org>

менный интуитивно понятный интерфейс и позволяет провести подбор функции из широкого ряда нелинейных зависимостей (рис. 3).

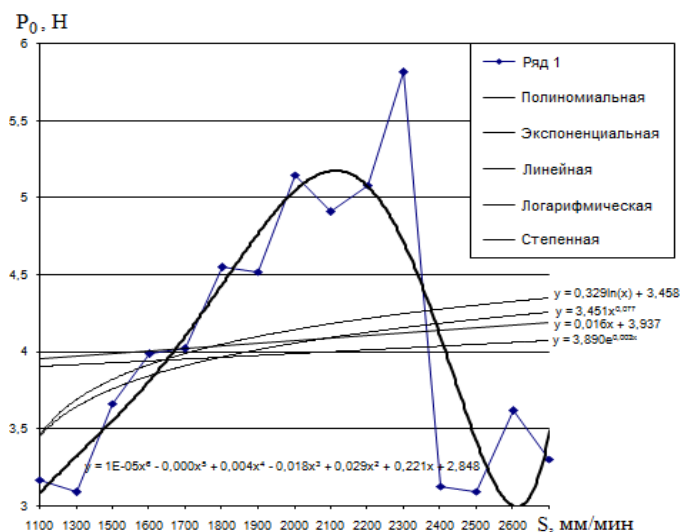


Рис. 2. Аппроксимация данных в MS Excel

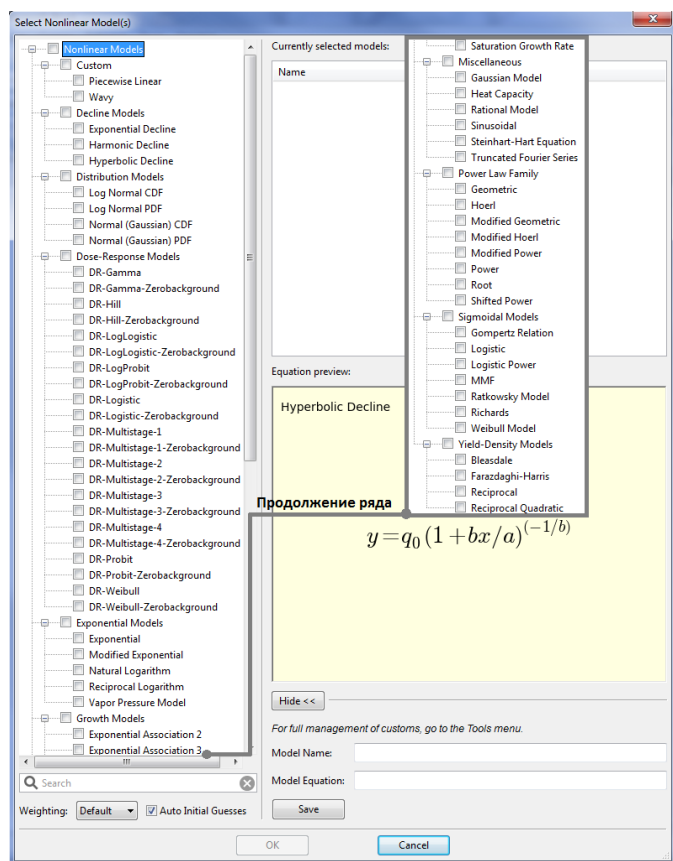


Рис. 3. Подбор нелинейных аппроксимирующих зависимостей CurveExpert Professional

Отбор аппроксимирующих функций проводился по принципу количественных показателей – степени совпадения с искомой экспериментальной зависимостью (Score). На рис. 4 представлен общий функциональный вид потенциально возможных нелинейных моделей.

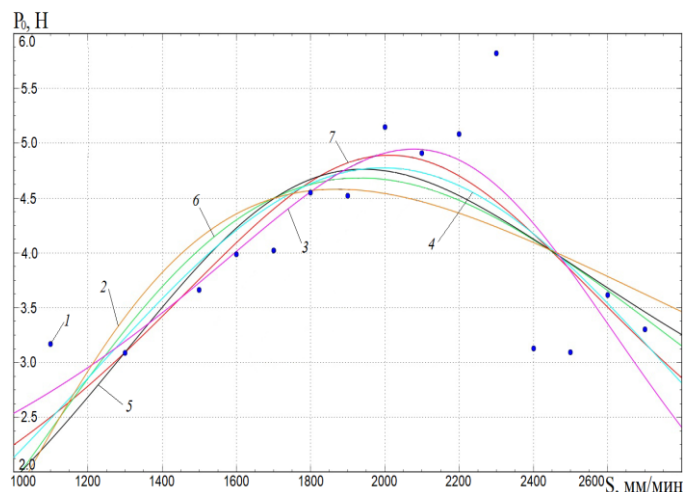


Рис. 4. Результат подбора аппроксимирующей зависимости в CurveExpert Professional: 1 – исходные данные; 2 – Vapor Pressure Model; 3 – Rational Model; 4 – Gaussian Model; 5 – Steinhart-Hart Equation; 6 – Hoerl; 7 – Reciprocal Quadratic

Интуитивно ясно, что в качестве аппроксимирующей функции необходимо выбрать аппроксимацию полиномами, поскольку экспериментальные данные (зависимости осевой составляющей силы резания от скорости движения осевой подачи) несколько раз попеременно возрастают и убывают. Все остальные варианты аппроксимирующих функций для решения конкретной задачи не подходят. Для обработки фольгированного стеклотекстолита не годятся выражения для расчета осевой составляющей силы резания, принятые в классической теории резания [6, 11-15, 18-21].

#### ОБРАБОТКА ДАННЫХ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА СВЕРЛЕНИЯ

На рис. 5 приведены примеры полиномиальной аппроксимации 2-й ÷ 6-й степени (материал СФ-2, сверло Ø1 мм, S = 1100...2700 мм/мин) для значения частоты вращения шпинделя n = 48000 об/мин.

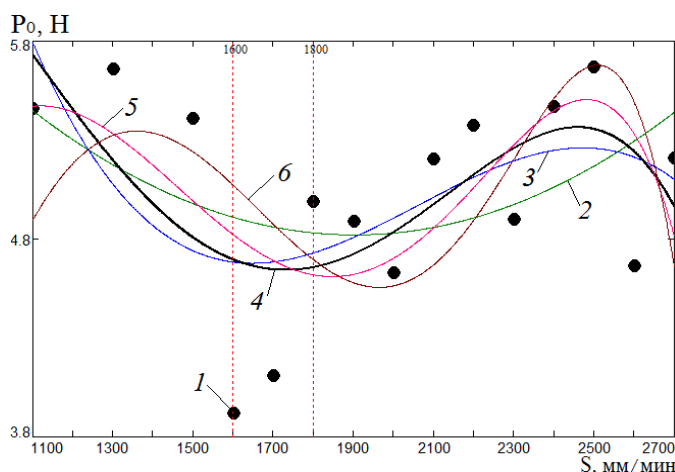


Рис. 5. Аппроксимация полиномами: 1 – экспериментальные данные; 2 – аппрокс. полиномом 2-й степени; 3 – аппрокс. полиномом 3-й степени; 4 – аппрокс. полиномом 4-й степени; 5 – аппрокс. полиномом 5-й степени; 6 – аппрокс. полиномом 6-й степени

С увеличением порядка аппроксимации возрастает точность аппроксимации исследуемой функции, однако снижается вычислительная устойчивость. Для повышения вычислительной устойчивости полиномиальной аппроксимации, используются такие методы как регрессия на основе G-обращения, регрессия с использованием сингулярных разложений, регуляризация по Тихонову и пр., но эти средства не являются радикальными. На практике при реализации аппроксимации полиномами стараются подбирать степень полинома путем ее повышения до того значения, когда характеристики погрешности аппроксимации будут согласованы с погрешностями исходных данных. [1-5]. При использовании полинома 4-й...5-й степени имеются отклонения в области монотонного возрастания функции, однако области экстремумов (min соответствует наиболее оптимальным режимам резания) описываются достаточно четко. При увеличении порядка аппроксимации (6-й порядок полинома и выше) данные факторы гипертрофируются, поэтому принято решение ограничиться полиномом 4-й степени.

На рис. 6 представлена аппроксимация полиномом 4-го порядка при использовании сверл Ø1 мм на всех 3-х типах материала, частота вращения шпинделя 36000 об/мин и 43000 об/мин. Очевидно, что характер аппроксимационных зависимостей коррелирован, поэтому необходимо получить уравнение для одного режима, который примем за базовый, остальные зависимости будут получены с использованием степенных поправочных коэффициентов.

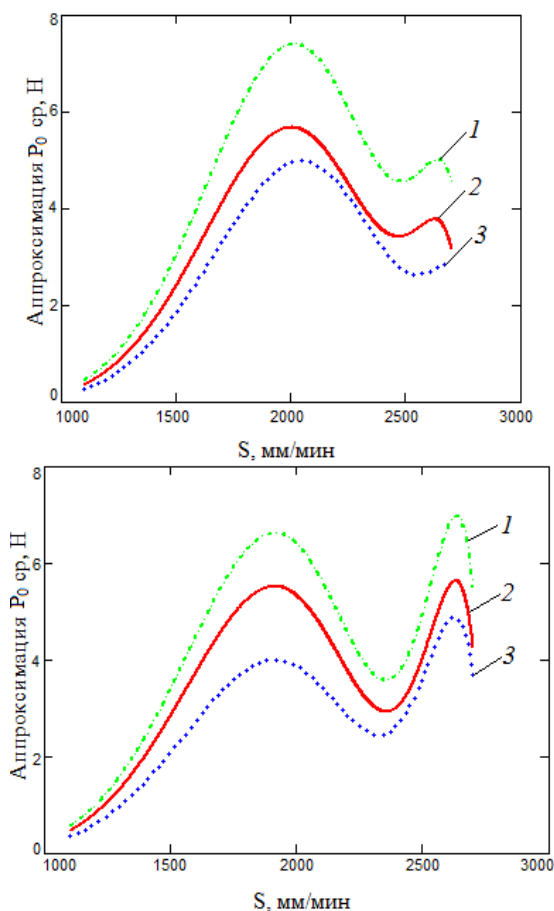


Рис. 6. Аппроксимация полиномами 4-й степени  
1 – мат. Isola; 2 – мат. Gem; 3 – мат. СФ-2

На рис. 7 приведена аппроксимация для тех же режимов, что и рис. 6 с использованием поправочных степенных коэффициентов 1,12; 0,83 и 1,17; 0,85 для левого и правого изображения соответственно. За базовый принят режим с использованием материала Isola, поскольку данный тип материала наиболее распространен на производстве.

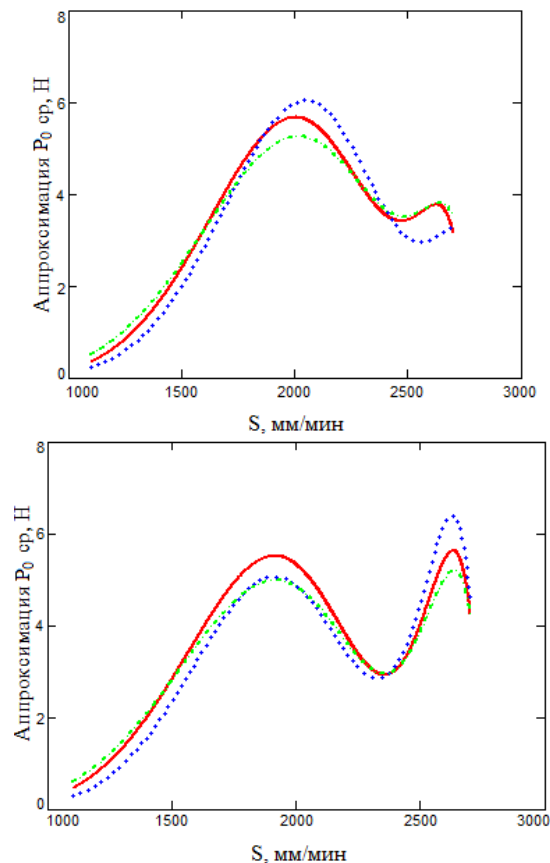


Рис. 7. Полиномиальная аппроксимация, режимы с поправочными коэффициентами.  
1 – мат. Isola; 2 – мат. Gem; 3 – мат. СФ-2

Необходимо отметить, что операция аппроксимации проводилась с использованием математического аппарата MathCAD и функции  $linfit(VX, VY, F)$ , где  $VX, VY$  – координаты исходных точек;  $F$  – вектор, содержащий функции  $f_i(x)$ , записанные в символьном виде. Функция  $linfit$  еще называется функцией аппроксимации по методу наименьших квадратов. Результатом работы функции является вектор коэффициентов  $K$ , при котором среднеквадратичная погрешность приближения исходных точек с координатами  $VX, VY$ , минимальна. В табл.1 представлены конечные данные по зависимостям осевой составляющей силы резания  $P_0$  от скорости движения осевой подачи по всем выполненным экспериментам с учетом поправочных коэффициентов, а в табл. 2 константы полиномиального ряда для  $P_{01}(S), P_{02}(S), P_{03}(S)$  соответственно.

Зависимости  $P_0(S)$  в зависимости от типа применяемого материала примут вид:

$$P_0^{Isola}(S) = 7,8777 \cdot 10^{-6} + 7,4843 \cdot 10^{-3}S - 2,3047 \cdot 10^{-6}S^2 + 1,8873 \cdot 10^{-9}S^3 - 0,5067 \cdot 10^{-12}S^4; \quad (1)$$

$$P_0^{GEM}(S) = -1,5268 \cdot 10^{-5} - 6,7533 \cdot 10^{-3}S + 1,5094 \cdot 10^{-5}S^2 - 8,2946 \cdot 10^{-9}S^3 + 1,4228 \cdot 10^{-12}S^4; \quad (2)$$

$$P_0^{C\Phi-2}(S) = 5,3407 \cdot 10^{-5} + 2,3622 \cdot 10^{-2}S - 2,8633 \cdot 10^{-5}S^2 + 1,3011 \cdot 10^{-8}S^3 - 1,9979 \cdot 10^{-12}S^4. \quad (3)$$

Таблица 1

Зависимость осевой составляющей силы резания от подачи  $P_0(S)$ . Поправочные коэффициенты для режимов

n=36000 об/мин		
Isola	GEM	CΦ-2
Ø1 мм	Ø1 мм	Ø1 мм
Ур. $P_{01}(S)$	$P_{01}(S)^{1,08}$	$P_{01}(S)^{0,85}$
1,5 мм	1,5 мм	1,5 мм
$P_{01}(S)^{0,95}$	$P_{01}(S)^{0,94}$	$P_{01}(S)^{0,98}$
2 мм	2 мм	2 мм
$P_{01}(S)^{0,8}$	$P_{01}(S)^{0,84}$	$P_{01}(S)^{0,78}$
n=43000 об/мин		
Isola	GEM	CΦ-2
Ø1 мм	Ø1 мм	Ø1 мм
Ур. $P_{02}(S)$	$P_{02}(S)^{1,2}$	$P_{02}(S)^{0,87}$
1,5 мм	1,5 мм	1,5 мм
$P_{02}(S)$	$P_{02}(S)$	$P_{02}(S)^{1,18}$
2 мм	2 мм	2 мм
$P_{02}(S)^{0,87}$	$P_{02}(S)^{0,82}$	$P_{02}(S)^{0,83}$
n=43000 об/мин		
Ø1 мм	Ø1 мм	Ø1 мм
Ур. $P_{03}(S)$	$P_{03}(S)^{1,16}$	$P_{03}(S)^{0,85}$
1,5 мм	1,5 мм	1,5 мм
$P_{03}(S)$	$P_{03}(S)$	$P_{03}(S)^{0,98}$
2 мм	2 мм	2 мм
$P_{03}(S)^{0,82}$	$P_{03}(S)^{0,82}$	$P_{03}(S)^{0,8}$

Таблица 2

Константы полиномиальных рядов

$a_i$	$F_1(S)$	$F_2(S)$	$F_3(S)$
$a_0$	$7,8777 \cdot 10^{-6}$	$-1,5268 \cdot 10^{-5}$	$5,3407 \cdot 10^{-5}$
$a_1$	$7,4843 \cdot 10^{-3}$	$-6,7533 \cdot 10^{-3}$	$2,3622 \cdot 10^{-2}$
$a_2$	$-2,3047 \cdot 10^{-6}$	$1,5094 \cdot 10^{-5}$	$-2,8633 \cdot 10^{-5}$
$a_3$	$1,8873 \cdot 10^{-9}$	$-8,2946 \cdot 10^{-9}$	$1,3011 \cdot 10^{-8}$
$a_4$	$-0,5067 \cdot 10^{-12}$	$1,4228 \cdot 10^{-12}$	$-1,9979 \cdot 10^{-12}$

На основании проведенного анализа и полученным аппроксимационным зависимостям видим, что зависимости усредненных значений осевой составляющей силы резания от скорости движения осевой подачи при использовании сверл различного диаметра и разных типов используемых базовых материалов при одной и той же частоте вращения шпинделя схожи с точностью до поправочного коэффициента.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, выполнена обработка данных теоретических исследований процесса сверления и получены формульные зависимости осевой составляющей силы резания от подачи. Результат обработки экспериментальных данных показал, что зависимости  $P_0$  от скорости движения осевой подачи при использовании обрабатываемого инструмента разного диаметра и разных типов материалов

(стеклоткань, разные механические свойства: упругие свойства материала, характеризующиеся модулем Юнга и коэффициентом Пуассона, плотность ламината) при одной и той же частоте вращения шпинделя схожи с точностью до поправочного коэффициента. Кроме того, косвенно данный факт говорит о правильности выполненных ранее исследований.

Выявленную особенность достаточно явно можно проследить по аппроксимационным зависимостям, рис.5, 6. Это дает возможность для дальнейшего определения зависимости скорости движения осевой подачи от частоты вращения шпинделя и диаметра обрабатываемого отверстия для разных типов обрабатываемых композиционных материалов, используемых на производстве.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Arola D. Orthogonal cutting of fiber-reinforced composites: a finite element analysis / D. Arola, M. Ramulu // Mech. Sci. – 1997. – vol. 39. – P. 597-613.
2. Doomra V.K. Drilling of metal matrix composites: Experimental and finite element analysis / V.K. Doomra, K.D. ebnath, I. Singh, // Engineering Manufacture/ - 2014. – is. 5. – P. 1-5.
3. Gong Y. Mechanistic Model for Dynamic Forces in Micro Drilling / Y. Gong, K.F. Ehmann // Proceeding 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. – New York, 2001. – P. 1-10.
4. Haslinger J. Curved elements in a mixed finite element method close to the equilibrium model / J. Haslinger, Hlavacek // Apl. Mat. – 1975. – is. 20. – P. 233-252.
5. He Y. Finite Element Analysis on Drilling of Unidirectional Carbon Fiber Reinforced Plastic(CFRP) / Y. He, G. Zhang, J. Xue // Applied Mechanics and Materials. – 2014. – vol. 455. P. 228-231
6. Khashaba U.A. Drilling analysis of woven glass fiber-reinforced epoxy composites / U.A. Khashaba [et al.] // Journal of Composite Materials. – 2012. – vol. 47(2). – P. 191-205.
7. Oden J.T. Some contributions to the mathematical theory of mixed finite element approximation // Theory and Practice in Finite Element Structural Analysis. – University of Tokyo Press, 1973. – P. 3-23.
8. Oden J.T. Some observations on properties of certain mixed finite element approximations / J.T. Oden, J.N. Reddy // Internat. J. Numer. Methods Engrg. – 1975. – no. 9. – P. 933- 949.
9. Oden J.T. An introduction to the mathematical theory of finite elements / J.T. Oden, J.N. Reddy. – New York: Wiley Interscience, 1976.
10. Oden J.T. On mixed finite element approximations / J.T. Oden, J.N. Reddy // SIAM J. Numer. Anal. – 1976. – no. 13. – P. 393-404.
11. Okutan E. A Study on the Derivation of Parametric Cutting Force Equations in Drilling of GFRP Composites / E. Okutan [et al.] // Strojniški vestnik. Journal of Mechanical Engineering. – 2013. – vol. 59(2). – P. 97-105.
12. Rahamathullah I. Analyses of Forces and Hole Quality in Micro-Drilling of Carbon Fabric Laminate Composites / I. Rahamathullah, M.S. Shunmugam // Journal of Composite Materials. – 2013. – vol. 47/9. – P. 1129-1140.

13. Rahmatullah I. Mechanistic approach for prediction of forces in micro-drilling of plain and glass-reinforced epoxy sheets / I. Rahmatullah, M.S. Shunmugam // Int J Adv Manuf Technol. – 2014. – vol. 75. – P. 1177-1187.

14. Rahamathullah I. Thrust and torque analyses for different strategies adapted in micro-drilling of glass-fibre reinforced plastics / I. Rahamathullah, M.S. Shunmugam // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B: Journal of Engineering Manufacture. – 2011. – vol. 225. – P. 505-519.

15. Rakesh P.K. Drilling of composite laminates with solid and hollow drill point geometries / P.K. Rakesh, I. Singh, D. Kumar // Journal of Composite Materials. – 2012. – vol. 46(25). – P. 3173-3180.

16. Scholz R. Approximation von Stetpunkten mit finiten Elementen // Bonn. Math. Schr. – 1976. – vol. 89. – P. 53-66.

17. Scholz R. Loo-convergence of saddle-point approximations, for second order problems // Rev. Frangaise Automat. Informant. Recherche Operationnelle, Ser. Rouge Anal. Numer. – 1977. – vol. 11, no. 2. – P. 209-216.

18. Singh I. Drilling of uni-directional glass fiber reinforced plastic (UDGFRP) composite laminates / I. Singh, N. Bhatnagar // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2006. – vol. 27. – P. 870-876.

19. Shulgin A.N. Influence of Tool Blunting on the Value of the Axial Component of the Cutting Force and the Drilling Process / A.N. Shulgin, O.A. Chuprina, V.V. Pykhov // Defect and Diffusion Forum. – 2021. – vol. 410. – P. 692-696.

20. Shulgin A.N. Determination of Rational Cutting Conditions with Oblique Determination of Figures of Merit / A.N. Shulgin, O.A. Chuprina, M.D. Ledovskyh M.D., V.V. Pykhov // Lecture Notes in Mechanical Engineering: Proceedings of the 8th International Conference on Industrial Engineering. – P. 905-914

21. Shulgin A.N. Influence of the Glassfiber Filaments Distribution on Quality and Performance of Hole Processing on Printboards / A.N. Shulgin, A.A. Dyakonov, A.E. Gorodkova // Materials Science Forum. – 2019, – no. 946. – P. 223-227.

22. Taylor C. A numerical solution of the Navier-Stokes equations using the finite element technique / C. Taylor, P. Hodd // Computers and Fluids – 1973. - vol. 1. – P. 73-100.

23. Zhang L.B. A Mechanical Model for Predicting Critical Thrust Forces in Drilling Composite Laminates / L.B. Zhang, L.J. Wang, X.Y. Liu // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B: Journal of Engineering Manufacture. – 2001. – vol. 215. – P. 135-146.

DOI: 10.24892/RIJIE/20230106

# Selection of Approximating Dependences for Determination of Machining Conditions Correlation Degree

Shulgin A.N., Chuprina O.A., Shakhova O.A., Pykhov V.V.

National Research Nuclear University MEPhI (branch in Snezhinsk)

Snezhinsk, Russian Federation

[ANShulgin@mephi.ru](mailto:ANShulgin@mephi.ru)

**Abstract.** The graphic data (quartic) polynomial approximation for the more detail analysis of the cutting efforts in terms of the number of the machined holes and drill strength in relation to the specific equipment, tooling variety and used material has been carried out, and the  $P_{01}=f_1(S)$ ,  $P_{02}=f_2(S)$ ,  $P_{03}=f_3(S)$  type dependences for all types of materials have been obtained. Additionally, it was established that the dependences of the cutting force axial component from feed, while using the drilling tools with various diameter and different types of materials at a single

revolution rate of a spindle, are similar within the accuracy of the adjustment factor.

The conducted theoretical research enables further determination of rational factors of the hole machining for different types of machined composite materials used in industries.

**Keywords:** foiled fiberglass, cutting force axial component, cutting conditions, approximating dependence, axial feed traverse speed, spindle rotational speed, cutting conditions correlation.

## Библиографическое описание статьи

Шульгин А.Н. Выбор аппроксимирующих зависимостей для определения степени корреляции режимов обработки / А.Н. Шульгин, О.А. Чуприна, О.А. Шахова, В.В. Пыхов // Машиностроение: сетевой электронный научный журнал. – 2023. – Т.10, №1. – С. 31-35. DOI: 10.24892/RIJIE/20230106

## Reference to article

Shulgin A.N., Chuprina O.A., Shakhova O.A., Pykhov V.V. Selection of approximating dependences for determination of machining conditions correlation degree, *Russian Internet Journal of Industrial Engineering*, 2023, vol.10, no.1, pp. 31-35. DOI: 10.24892/RIJIE/20230106