

# Параметрическая идентификация многозвенных RLC-схем четырехполюсников на основе двухчастотного эксперимента\*

Курганов С.А., Шолохов Д.А.

Ульяновский государственный технический университет

Ульяновск, Российская Федерация

[sakurganov@mail.ru](mailto:sakurganov@mail.ru), [sholokhov2023@bk.ru](mailto:sholokhov2023@bk.ru)

**Аннотация.** Известный линейный подход к нахождению параметров многозвенных схем замещения четырехполюсников с продольными емкостными сопротивлениями и поперечными активными проводимостями на основе переопределенной системы уравнений, формируемой по измеренным на одной частоте  $A$ -параметрам, обобщен на схемы замещения с продольными активно-индуктивными сопротивлениями и поперечными емкостными проводимостями путем использования двухчастотного эксперимента. Показано, что для идентификации линейными методами четырехполюсников в виде  $RLC$ -схем недостаточно  $A$ -параметров, измеренных на одной частоте. Для нахождения четырех поперечных емкостей четырехзвенной  $T$ -образной схемы с продольными  $RL$ -ветвями требуется измерение  $A$ -параметров на двух частотах, причем на одной частоте измеряется четыре, а на другой – два  $A$ -параметра. Установлены достаточные условия существования единственного решения формируемых линейных уравнений.

**Ключевые слова:** четырехполюсник, идентификация,  $RLC$ -схема замещения,  $A$ -параметры, двухчастотный эксперимент, линейные методы, условия существования.

## ВВЕДЕНИЕ

Задача параметрической идентификации четырехполюсников решается как при моделировании электротехнических устройств [1], так и при их диагностике – нахождении неисправных элементов [2]. Методы идентификации делятся на линейные и нелинейные в зависимости от типа формируемых диагностических уравнений. Нелинейные уравнения получаются при числе доступных для измерения полюсов меньшем числа неизвестных параметров. Недостаток нелинейных методов состоит в неоднозначности получаемого решения. Избежать этого позволяют линейные методы, которым и посвящена настоящая статья.

Если параметры всех элементов схемы неизвестны, а все узлы доступны для измерения напряжений, то решение задачи выполняется на основе многократного эксперимента методом узловых сопротивлений [3]. Уменьшить число измерений и вычислительных операций позволяет метод сечений [4].

Если неизвестна часть параметров, а число доступных узлов (элементов) для измерения напряжений (токов) не менее числа искоемых параметров, то такая постановка задачи именуется базисной задачей диагностики [5], которая решается на основе однократного эксперимента путем построения систем уравнений по законам Кирхгофа, методам

контурных токов или узловых напряжений, при этом неизвестными могут быть искоемые параметры [5] или их приращения [6]. Базисная задача может быть решена с использованием известных численных программ анализа электрических цепей путем компенсации нуллорами элементов [7] и подсхем [8] с неизвестными параметрами. Символьные функции для искоемых параметров можно получить схемно-алгебраическим методом [9].

Если число искоемых параметров больше числа  $n$  доступных узлов для измерения напряжений и токов, то задача решается блочно-матричным методом по схеме с многополюсной подсхемой, объединяющей элементы с искомыми параметрами. При этом все полюса подсхемы должны быть внешними, их число – не более  $n$ , а число измерительных экспериментов – не менее  $n$  [10]. Эта задача может быть решена и в символьном виде схемно-алгебраическим методом [11].

Для решения задачи идентификации многозвенных схем четырехполюсников упомянутые выше линейные методы не могут быть применены по причине всего двух доступных независимых узлов. Для идентификации четырехполюсника в виде четырех  $T$ -образных звеньев с заданными продольными емкостями и искомыми поперечными активными проводимостями применяется переопределенная система уравнений на основе действительных и мнимых частей  $A$ -параметров, измеренных на одной частоте [1]. Из сформированной нелинейной системы уравнений получается подсистема линейных уравнений путем гауссова исключения нелинейных слагаемых с произведениями искоемых активных проводимостей. Для идентификации четырехполюсников в виде  $n$  звеньев используется рекурсивное определение проводимостей на основе формулы для каскадного соединения четырехполюсников [1].

Однако для идентификации линейными методами четырехполюсников в виде  $RLC$ -схем замещения с продольными активно-индуктивными сопротивлениями и поперечными емкостными проводимостями (рис. 1), которые используются для моделирования длинных линий, обмоток электрических машин и трансформаторов [12], недостаточно  $A$ -параметров, измеренных на одной частоте. Это будет показано ниже.

Несколько частот используется при измерении передаточных функций для диагностики электрических цепей нелинейными методами [13]. Целесообразно рассмотреть

\* Статья публикуется по рекомендации программного комитета Всероссийской научно-технической конференции "Пром-Инжиниринг", <https://icie-rus.org>

возможность применения многочастотного эксперимента и для решения задачи идентификации линейными методами.

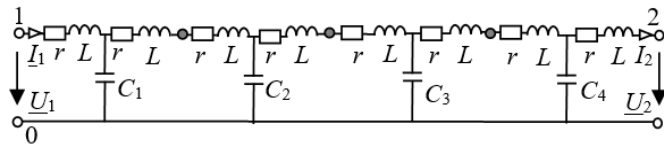


Рис. 1. RLC-схема замещения четырехполюсника из четырех T-образных звеньев

Доказательство недостаточности одночастотного эксперимента для идентификации RLC-схемы четырехполюсника линейными методами

Четырехполюсник (рис. 1) характеризуется комплексными уравнениями в A-параметрах

$$\underline{U}_1 = A_{11}\underline{U}_2 + A_{12}I_2; I_1 = A_{21}\underline{U}_2 + A_{22}I_2. \quad (1)$$

Система уравнений на основе A-параметров, измеренных на одной частоте, для определения неизвестных емкостей конденсаторов при заданных индуктивности L и сопротивлении r имеет вид:

$$B \cdot C = \tilde{A}. \quad (2)$$

В (2):  $C = [C_1 C_2 C_3 C_4, C_1 C_2 C_3, \dots, C_3, C_4, 1]^T$  – матрица неизвестных размерностью  $16 \times 1$ , произведений различных сочетаний емкостей;  $\tilde{A} = [d_{11}, m_{11}, d_{12}, m_{12}, d_{21}, m_{21}, d_{22}, m_{22}]^T$  – матрица размерностью  $8 \times 1$  измеренных действительных  $d_{ij}$  и мнимых  $m_{ij}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2$ ) частей соответствующих комплексных A-параметров четырехполюсника  $A_{11}, A_{12}, A_{21}$  и  $A_{22}$ ;  $B = \| B_{i,j} \|$  – матрица ( $8 \times 16$ ) рациональных выражений, содержащих известные параметры схемы – сопротивление r, индуктивность L и частоту  $\omega$ , например,

$$B_{1,1} = 8\omega^4(L^4\omega^4 - 6L^2r^2\omega^2 + r^4). \quad (3)$$

Остальные элементы матрицы B не приводятся из-за их большого количества, они могут быть получены по программе символьного анализа электрических цепей CirSym, разработанной В.В.Филаретовым [14], или с помощью математических систем общего назначения, например, Maple [15].

Сформируем расширенную матрицу параметров B, заменив в матрице B в (2) столбец с номером 16 на модифицированный столбец

$$[B_{1,16} - d_{11}, B_{2,16} - m_{11}, \dots, B_{7,16} - d_{22}, B_{8,16} - m_{22}]^T. \quad (4)$$

Строки матрицы B взаимно независимы – ранг матрицы равен 8. Преобразуем эту матрицу к верхней треугольной матрице K с помощью гауссова исключения по оператору Gaussian Elimination (method = 'Fraction Free') в системе Maple. Приведем 4 последних строки, которые содержат минимальное число ненулевых слагаемых:

$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{23}$	$C_{24}$	$C_{34}$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	1
$K_{51}$	$K_{51}$		$-K_{51}$	$-K_{51}$	$-3K_{52}$	$-K_{52}$	$K_{52}$	$3K_{52}$	$K_{53}$
		$K_{61}$	$K_{62}$	$K_{62}$		$K_{63}$	$2K_{63}$	$3K_{63}$	$K_{64}$
			$K_{71}$	$K_{71}$		$K_{72}$	$K_{73}$	$K_{74}$	$K_{75}$
						$K_{81}$	$K_{81}$		$K_{82}$

где  $C_{12} = C_1 C_2; C_{13} = C_1 C_3; \dots; C_{34} = C_3 C_4$ ; столбец  $C_{14}$  пропущен, так как на приведенных строках является нулевым;  $K_{ij}$

– рациональные выражения, содержащие r, L и  $\omega$ , как и элементы вида (3) в матрице B в (2); i, j – номер строки и порядковый номер элемента в строке, при этом одинаковые элементы обозначаются одним идентификатором.

Как видно, из матрицы (5) нельзя получить подсистему линейных уравнений, так как из уравнения, соответствующего строке 2 (по порядку сверху вниз), нельзя с помощью линейных операций исключить  $C_2 C_3$ . Таким образом, невозможно в RLC-схеме определить искомые емкости линейными методами на основе уравнений с A-параметрами, измеренными на одной частоте.

#### Идентификация RLC-схемы линейными методами на основе двухчастотного эксперимента

Эксперимент проводится для схемы на рис. 1 при частотах  $\omega$  и  $2\omega$ . При частоте  $\omega$  нужно измерить все четыре A-параметра  $A_{11}, A_{12}, A_{21}$  и  $A_{22}$ , а при частоте  $2\omega$  – только 2 параметра –  $A_{11,2}$  и  $A_{12,2}$  (индекс 2 после запятой означает принадлежность параметра к частоте  $2\omega$ ). При этом достаточно составить 11 уравнений – 8 для действительных и мнимых частей  $d_{11}, m_{11}, \dots, d_{22}, m_{22}$  при частоте  $\omega$  и 3 – для  $d_{11,2}, m_{11,2}$  и  $d_{12,2}$  при частоте  $2\omega$ , чтобы получить 4 независимых линейных уравнения относительно искомых емкостей  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$ . В этом убедимся ниже.

Исходное матричное уравнение относительно искомых емкостей имеет такой же вид, как и (2), причем матрица C остается прежней, а к матрице B добавляются строки с номерами 9–11, которые получаются из строк 1–3 матрицы B в (2) путем замены в них символа  $\omega$  на  $2\omega$ . Например, элемент

$$B_{9,1} = 128\omega^4(16L^4\omega^4 - 24L^2r^2\omega^2 + r^4) \quad (6)$$

получен из формулы (3). К матрице-столбцу  $\tilde{A}$  из (2) добавляются элементы  $\tilde{A}_{9,1} = d_{11,2}; \tilde{A}_{10,1} = m_{11,2}$  и  $\tilde{A}_{11,1} = d_{11,2}$ . Уравнения получаются независимыми – ранг матрицы B равен 11.

Сформируем из полученной матрицы B расширенную матрицу параметров B, как в (3), при этом соответствующие элементы имеют вид  $B_{9,16} = B_{9,16} - d_{11,2}; B_{10,16} = B_{10,16} - m_{11,2}; B_{11,16} = B_{11,16} - A_{12,2}$ . Преобразуем матрицу B, как и ранее с помощью гауссова исключения в системе Maple, к верхней треугольной матрице. Приведем 4 уравнения, соответствующие строкам матрицы с последними номерами 8...11:

$$K_{8,1}(C_2 C_4 + C_3 C_4) + K_{8,2} C_2 + K_{8,3} C_3 + K_{8,4} C_4 + K_{8,5} = 0; \quad (7)$$

$$K_{9,1}(C_1 + 3C_2 + 5C_3 + 7C_4) + K_{9,2} = 0; \quad (8)$$

$$K_{10,1} C_2 + K_{10,2} C_3 + K_{10,2} C_4 + K_{10,4} = 0; \quad (9)$$

$$K_{11,1}(C_2 + C_3) + K_{11,2} = 0. \quad (10)$$

В уравнениях (7)-(10):  $K_{i,j}$  – рациональные выражения (даны в Приложении) от r, L,  $\omega, d_{11}, m_{11}, \dots, d_{22}, m_{22}, d_{11,2}, m_{11,2}, d_{12,2}; i, j$  – номер строки и порядковый номер элемента в строке. Уравнение (7) после исключения из него нелинейного слагаемого ( $K_{8,1}(C_2 C_4 + C_3 C_4)$ ) путем сложения его с уравнением (10), умноженным на коэффициент ( $-K_{8,1} C_4 / K_{11,1}$ ), имеет вид

$$K_{8,2} C_2 + K_{8,3} C_3 + (K_{8,4} - K_{8,1} K_{11,2} / K_{11,1}) C_4 + K_{8,5} = 0. \quad (11)$$

Система линейных уравнений (8)-(11) существует при выполнении условия

$$K_{11,1} = -8ra_3\omega a_5^2 \neq 0, \quad (12)$$

где  $a_3 = L^2\omega^2 - 2r^2/7; a_5 = L^2\omega^2 + r^2$ .

Из (12) следует, что

$$r \neq 0 \text{ и } a_3 = L^2\omega^2 - 2r^2/7 \neq 0, \quad (13)$$

последнее неравенство может быть выполнено путем изменения экспериментальной частоты.

Достаточным условием получения единственного решения – емкостей  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$  – является ненулевой определитель системы уравнений (8)-(11):

$$D = 12192768 a_6^2 a_2^3 a_3^{16} (L^5 \omega^5 d_{21} - \omega^4 (m_{21} r + a_9) L^4 + 2(d_{21} r^2 - a_8 r - d_{12}/2) \omega^3 L^3 - 2r \omega^2 (m_{21} r^2 - 3m_{12}/2) L^2 + (d_{21} r^2 - 2a_8 r + 3d_{12}) r^2 \omega L - (m_{21} r^2 - a_9 r + m_{12}) r^3) \cdot \omega^{68} a_4^3 a_5^{14} L^2, \quad (14)$$

где  $a_2 = L^2 \omega^2 + r^2/4$ ;  $a_3 = L^2 \omega^2 - 2r^2/7$ ;  $a_4 = L^2 \omega^2 - r^2/3$ ;  $a_5 = L^2 \omega^2 + r^2$ ;  $a_6 = L^2 \omega^2 + r^2/9$ ;  $a_8 = d_{11} + d_{22} + 6$ ;  $a_9 = m_{11} + m_{22}$ .

Выражение (14) отличается от нуля, если выполняется условие (13) и следующие неравенства

$$L \neq 0; a_4 = L^2 \omega^2 - r^2/3 \neq 0; \quad (15)$$

$$a_{10} = (L^5 \omega^5 d_{21} - \omega^4 (m_{21} r + a_9) L^4 + 2(d_{21} r^2 - a_8 r - d_{12}/2) \omega^3 L^3 - 2r \omega^2 (m_{21} r^2 - 3m_{12}/2) L^2 + (d_{21} r^2 - 2a_8 r + 3d_{12}) r^2 \omega L - (m_{21} r^2 - a_9 r + m_{12}) r^3) \neq 0. \quad (16)$$

Таким образом, нахождение емкостей  $C_1, \dots, C_4$  в четырехзвенной схеме замещения (рис. 1) при заданных  $r$  и  $L$  состоит в выборе экспериментальной частоты  $\omega$ , удовлетворяющей неравенствам (13), (15) и (16), и решении системы линейных уравнений (8)-(11).

#### ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР НАХОЖДЕНИЯ ЕМКостей В ЧЕТЫРЕХЗВЕННОЙ RLC-СХЕМЕ

Заданы  $r = 1$  Ом и  $L = 1$  мГн (рис. 1). Пусть экспериментальные частоты 1 и 2 кГц. При этом выполняются условия (13) и (15):  $a_3 = 274,348923$ ;  $a_4 = 39,1450842$ . Здесь и далее при расчетах используется 9 десятичных разрядов.

Исходные А-параметры найдены расчетным путем при  $C_1 = 0,1$ ;  $C_2 = 0,2$ ;  $C_3 = 0,3$ ;  $C_4 = 0,4$  (в микрофарадах), их действительные и мнимые части, ограниченные 6-ю разрядами, имеют вид:  $d_{11} = 0,807017$ ;  $m_{11} = 0,029981$ ;  $d_{12} = 7,15008$ ;  $m_{12} = 47,6424$ ;  $d_{21} = -0,000042$ ;  $m_{21} = 0,006018$ ;  $d_{22} = 0,884159$ ;  $m_{22} = 0,018006$ ;  $d_{11,2} = 0,280974$ ;  $m_{11,2} = 0,051682$ ;  $d_{12,2} = 4,81941$ . Параметры  $d_{12}, m_{12}, d_{12,2}$  и  $d_{21}, m_{21}$  приведены в омах и сименсах соответственно. Неравенство (16), связанное с А-параметрами, выполняется  $a_{10} = -7236,58$ . Система уравнений (8)-(11) имеет вид (столбец свободных членов перенесен в правую часть)  $2,42903374 \cdot 10^{96} (C_1 + 3C_2 + 5C_3 + 7C_4) = 1,21451600 \cdot 10^{91}$ ;  $2,55904082 \cdot 10^{106} C_2 + 4,91754177 \cdot 10^{106} C_3 + 7,07550274 \cdot 10^{106} C_4 = 4,81732184 \cdot 10^{100}$ ;  $3,22791523 \cdot 10^9 (C_2 + C_3) = 1614,20832$ ;  $1,11476260 \cdot 10^{88} C_2 + 4,70352650 \cdot 10^{88} C_3 + 1,06210017 \cdot 10^{89} C_4 = 5,88222970 \cdot 10^{82}$ . (16)

Решение системы (16) является единственным и имеет вид (в микрофарадах)  $C_1 = 0,0996021178$ ;  $C_2 = 0,201002907$ ;  $C_3 = 0,299074761$ ;  $C_4 = 0,400287396$ . Погрешность составляет 0,4%.

Предлагаемые для четырехзвенной RLC-схемы четырехполюсника формулы могут быть применены и для расчета  $n$ -звенной структуры по рекурсивному алгоритму, в котором используется формула для А-параметров каскадного соединения звеньев [1]. При этом емкости находятся последовательно с последующим исключением матриц А-параметров найденных звеньев из матрицы А-параметров многозвенной схемы [1].

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Символьные коэффициенты из уравнений (7)-(10) имеют вид:

$$\begin{aligned} K_{8,1} &= 48a_5^5 \omega^{22} a_4 L a_3 r^5; K_{8,2} = -8a_5^4 \omega^{22} L^2 a_3 r^5 a_7; \\ K_{8,3} &= -32a_5^4 (L^2 \omega^2 - r^2) \omega^{22} L^2 a_3 r^5; K_{8,4} = -72a_5^4 a_4 \omega^{22} L^2 a_3 r^5; \\ K_{8,5} &= 5a_5^3 \omega^{20} L a_3 (3r^6 d_{21}/5 + (-3d_{11}/5 - d_{22}/5 + 2L \omega m_{21}/5 - 4/5) r^5 + (-L^2 \omega^2 d_{21} + \omega(m_{22} - 5m_{11})L/5 + d_{12}/5) r^4 - (12 \omega^2 L^2 (L \omega m_{21} - 5d_{11}/6 + d_{22}/6 + 2) r^3)/5 - (3 \omega^2 L^2 (L^2 \omega^2 d_{21} - (2 \omega(m_{22} + 11 m_{11}) L)/3 - 2d_{12}/3) r^2)/5 - (14 \omega^4 L^4 (L \omega m_{21} + 19d_{11}/14 + d_{22}/14 - 6/7) r)/5 + \omega^4 L^4 (L^2 \omega^2 d_{21} + \omega(m_{22} - 5m_{11})L/5 + d_{12}/5) r^4); \\ K_{9,1} &= a_2 a_5^5 \omega^{22} a_4 r^5 a_6; K_{9,2} = (16a_5^4 \omega^{21} r^4 a_4 ((-m_{11}/48 + m_{11,2}/384) r^6 + L \omega (d_{11} - d_{11,2}/4 - 3/4) r^5/12 - (5L^2 \omega^2 (m_{11} + 11 m_{11,2}/20) r^4)/48 + (2L^3 \omega^3 (d_{11} + 5d_{11,2}/64 - 69/64) r^3)/3 + ((m_{11} - 11 m_{11,2}/64) L^4 \omega^4 r^2)/6 + (4L^5 (d_{11} + 7d_{11,2}/128 - 135/128) \omega^5 r)/3 + L^6 \omega^6 (m_{11} + m_{11,2}/32))/9); \\ K_{10,1} &= 48(159L^4 \omega^4 - 79L^2 r^2 \omega^2 + 14r^4) 4a_2 r^6 a_1 \omega^{24} 9a_6 L; \\ K_{10,2} &= 384a_2 r^6 a_1 \omega^{24} 9a_6 L (153L^4 \omega^4 - 85L^2 r^2 \omega^2 + 14r^4); \\ K_{10,3} &= 28224a_2 r^6 a_1 \omega^{24} (3L^2 \omega^2 - r^2) a_3 9a_6 L; \\ K_{10,4} &= 20736d_{21} \omega^{40} r^5 L^{18} + (-20736m_{21} \omega^{39} r^6 + (195264m_{11} + 5832m_{11,2} - 20736m_{22}) \omega^{39} r^5) L^{17} + (81792d_{21} \omega^{38} r^7 + 256320d_{11} + 14220d_{11,2} - 41472d_{22} - 242028) \omega^{38} r^6 + (1728d_{12} - 108d_{12,2}) \omega^{38} r^5 L^{16} + (-81792m_{21} \omega^{37} r^8 + (502176m_{11} + 7770m_{11,2} - 40320m_{22}) \omega^{37} r^7) L^{15} + (118992d_{21} \omega^{36} r^9 + (734304d_{11} + 44223d_{11,2} - 122112d_{22} - 725031) \omega^{36} r^8 + (9120d_{12} - 543d_{12,2}) \omega^{36} r^7) L^{14} + (-118992m_{21} \omega^{35} r^{10} + (315932m_{11} - 18970m_{11,2} + 3120m_{22}) \omega^{35} r^9) L^{13} + (73152d_{21} \omega^{34} r^{11} + (623140d_{11} + 38525d_{11,2} - 115872d_{22} - 694521) \omega^{34} r^{10} + (19676d_{12} - 1085d_{12,2}) \omega^{34} r^9) L^{12} + (-73152m_{21} \omega^{33} r^{12} + (-100632m_{11} - 38334m_{11,2} + 42720m_{22}) \omega^{33} r^{11}) L^{11} + (12816d_{21} \omega^{32} r^{13} + (28632d_{11} - 4125d_{11,2} - 30432d_{22} - 162051) \omega^{32} r^{12} + (22056d_{12} - 1059d_{12,2}) \omega^{32} r^{11}) L^{10} + (-12816m_{21} \omega^{31} r^{14} + (-104124m_{11} - 12306m_{11,2} + 17616m_{22}) \omega^{31} r^{13}) L^9 + (-1920d_{21} \omega^{30} r^{15} + (-153156d_{11} - 14991d_{11,2} + 4800d_{22} + 60027) \omega^{30} r^{14} + (13380d_{12} - 465d_{12,2}) \omega^{30} r^{13}) L^8 + (1920m_{21} \omega^{29} r^{16} + (18256m_{11} + 9358m_{11,2} - 2880m_{22}) \omega^{29} r^{15}) L^7 + (1008d_{21} \omega^{28} r^{17} + (-31696d_{11} + 301d_{11,2} - 960d_{22} + 75) \omega^{28} r^{16} + (4048d_{12} - 13d_{12,2}) \omega^{28} r^{15}) L^6 + (-1008m_{21} \omega^{27} r^{18} + (12516m_{11} + 2994m_{11,2} - 48m_{22}) \omega^{27} r^{17}) L^5 + (576d_{21} \omega^{26} r^{19} + (6492d_{11} + 2247d_{11,2} - 1056d_{22} - 11499) \omega^{26} r^{18} + (420d_{12} + 57d_{12,2}) \omega^{26} r^{17}) L^4 + (-576m_{21} \omega^{25} r^{20} + (-600m_{11} - 1194m_{11,2} + 480m_{22}) \omega^{25} r^{19}) L^3 + (48d_{21} \omega^{24} r^{21} + (1560d_{11} - 399d_{11,2} - 96d_{22} - 993) \omega^{24} r^{20} + (-24d_{12} + 15d_{12,2}) \omega^{24} r^{19}) L^2 + (-48m_{21} \omega^{23} r^{22} + (-388m_{11} + 50m_{11,2} + 48m_{22}) \omega^{23} r^{21}) L + (4d_{11} - d_{11,2} + 21) \omega^{22} r^{22} - (4d_{12} - d_{12,2}) \omega^{22} r^{21}; \\ K_{11,1} &= -8ra_3 \omega a_5^2; K_{11,2} = -a_3 (L^5 \omega^5 d_{21} - \omega^4 (m_{21} r + a_9) L^4 + 2(r^2 d_{21} - a_8 r - d_{12}/2) \omega^3 L^3 - 2r \omega^2 (m_{21} r^2 - 3m_{12}/2) L^2 + (r^2 d_{21} - 2a_8 r + 3d_{12}) r^2 \omega L - (m_{21} r^2 - a_9 r + m_{12}) r^3), \end{aligned}$$

где  $a_1 = (L^2 \omega^2 + r^2)^4$ ;  $a_2 = L^2 \omega^2 + r^2/4$ ;  $a_3 = L^2 \omega^2 - 2r^2/7$ ;  $a_4 = L^2 \omega^2 - r^2/3$ ;  $a_5 = L^2 \omega^2 + r^2$ ;  $a_6 = L^2 \omega^2 + r^2/9$ ;  $a_7 = L^2 \omega^2 - 3r^2$ ;  $a_8 = d_{11} + d_{22} + 6$ ;  $a_9 = m_{11} + m_{22}$ .

#### Выводы

Предложены формулы для идентификации линейными методами четырехполюсников в виде многозвенных RLC-схем на основе А-параметров, измеренных на двух частотах. Изложены условия существования единственного решения для искоемых емкостей при заданных сопротивлениях и индуктивностях. Приведен численный пример расчета параметров четырехзвенной схемы, подтверждающий высокую точность найденных емкостей (погрешность 0,4%) при А-параметрах с 6-ю десятичными разрядами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коровкин Н.В. Идентификация параметров схем замещения четырехполосников по измерениям на границах их каскадного соединения / Н.В. Коровкин, Т.Г. Миневич, Е.Б. Соловьева // Электротехника. – 2022. – № 3. – С. 2-9.
2. Hong J.-S. Fault Location Method Using Phasor Measurement Units and Short Circuit Analysis for Power Distribution Networks / J.-S. Hong, G.-D. Sim, J.-H. Choi, S.-J. Ahn, S.-Y. Yun // Energies. – 2020. – Vol. 13, is. 1294. – P. 1-23.
3. Демирчян К.С. Моделирование и машинный расчет электрических цепей / К.С. Демирчян, П.А. Бутырин. – М.: Высшая школа, 1988. – 335 с.
4. Бутырин П.А. Принципы декомпозиции сложных электрических цепей при их диагностике по частям / П.А. Бутырин, Т.А. Васьковская // Электричество. 2001. – № 6. – С. 41-48.
5. Кишшт Н.В. Диагностика электрических цепей / Н.В. Кишшт, Г.Н. Герасимова, М.А. Кац. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 192 с.
6. Starzyk J. Multiple fault diagnosis of analog circuits by locating ambiguity groups of test equation / J. Starzyk, D. Liu // Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems. – Sydney, 06-09 May 2001. – IEEE, 2001. – P. 199-202.
7. Farchy S. L. Nullator-norator approach to analogue circuit diagnosis using general-purpose analysis programmes / S. L. Farchy, E. D. Gadzheva, L. H. Raykovska, T. G. Kouyoumdjiev // International Journal of Circuit Theory and Applications. – 1995. – Vol. 23, is. 6. – P. 571-585.
8. Djordjevic S. Analog circuit diagnosis based on the nullor concept and multiport description of the circuit / S. Djordjevic

// Analog Integrated Circuits and Signal Processing. – Springer: published online. – 2018, 13 February. – P. 1-9.

9. Курганов С.А. Формулы для символьной параметрической диагностики линейных электрических цепей / С.А. Курганов, В.В. Филаретов // Электричество. – 2006. – № 4. – С. 47–60.
10. Кишшт Н.В. Тестовая диагностика активных электрических цепей на основе коммутационных воздействий / Н.В. Кишшт, Н.Н. Петрунько // Электричество. – 2014. – №6. – С. 49-55.
11. Горшков К.С. Диагностика линейных электрических цепей с косвенной компенсацией подсхем при многократном эксперименте / К.С. Горшков, С.А. Курганов, В.В. Филаретов // Электричество. – 2017. – №12. – С. 36-42.
12. Каганов З.Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248 с.
13. Grasso F. A Method for the Automatic Selection of Test Frequencies in Analog Fault Diagnosis / F. Grasso, A. Luchetta, S. Manetti, M. C. Piccirilli // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2007. – Vol. 56, no. 6. – P. 2322-2329.
14. Филаретов В.В. Программа символьного анализа CirSym: история создания, структура и функции // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2012. – Вып.10. – С.158-171.
15. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. – ДМК Пресс, 2011. – 800 с.

DOI: 10.24892/RIJE/20230405

## Parametric Identification of a Multi Stage two-port RLC Network Based on a two-frequency Experiment

Kurganov S.A., Sholokhov D.A.  
Ulyanovsk State Technical University  
Ulyanovsk, Russian Federation  
[sakurganov@mail.ru](mailto:sakurganov@mail.ru), [sholokhov2023@bk.ru](mailto:sholokhov2023@bk.ru)

**Abstract.** The well-known linear approach to finding the parameters of multi stage two-port network with longitudinal capacitive resistances and transverse active conductivities based on an overridden system of equations formed by A-parameters measured at one frequency has been generalized to replacement circuits with longitudinal active-inductive resistances and transverse capacitive conductivities based on two-fold frequency measurements. It is shown that A-parameters measured at one frequency are not enough for identification of quadrupole circuits in the form of RLC circuits by linear methods. To find by linear methods four

capacities of a four-link T-shaped circuit with longitudinal RL branches, measurement of A-parameters at two frequencies is required, and four A-parameters are measured at one frequency and two A-parameters at the other. Sufficient conditions for the existence of a single solution of the linear equations being formed are established.

**Keywords:** two-port network, identification, RLC network, A-parameters, two-frequency experiment, linear methods, conditions of existence.