DOI: 10.24892/RIJIE/20260305

Адаптивный алгоритм выбора размера окна частотного сглаживания для метода MUSIC в задаче оценки времени прихода сигналов*

Чижов А.С.
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация
artem4ik500@yandex.ru

Аннотация. **В работе рассматривается задача повышения устойчивости алгоритма MUSIC при оценке времени прихода сигналов в условиях многолучевого распространения и когерентности источников. Основное внимание уделено проблеме выбора размера окна частотного сглаживания, от которого напрямую зависит разрешающая способность и устойчивость оценки. Предлагается адаптивный метод определения размера окна на основе анализа структуры собственных значений корреляционной матрицы сигнала. В качестве информативного показателя используется отношение энергий сигнального и шумового подпространств *ESR*, а оценка числа источников выполняется с применением информационного критерия MDL. Механизм адаптации реализован через параметрическую модель с логистической функцией, обеспечивающей плавное изменение апертуры в зависимости от текущих условий наблюдения. Дополнительно используется процедура прямого-обратного усреднения для повышения устойчивости при наличии когерентных компонент. Представленный подход ориентирован на повышение надежности спектральной оценки без существенного увеличения вычислительной сложности и может быть применен в задачах радиолокации, беспроводного позиционирования и синхронизации в условиях ограниченной полосы и шумовых искажений.**

Ключевые слова: **MUSIC, оценка времени прихода, ToA, частотное сглаживание, адаптивный алгоритм, *ESR* (Eigenvalue Spread Ratio), MDL**

Введение

Современные радиотехнические и телекоммуникационные системы широко используют методы оценки времени прихода сигналов (Time of Arrival, ToA) для решения задач позиционирования, синхронизации и обнаружения [1]. Особый интерес представляют алгоритмы сверхразрешающей способности, позволяющие повысить точность оценки параметров условиях многолучевого распространения. Одним из таких алгоритмов является MUSIC (Multiple Signal Classification), обеспечивающий разрешение близко расположенных источников с точностью, превосходящей ограничения классических методов на основе преобразования Фурье [2]. Хотя изначально алгоритм MUSIC создавался для оценки направлений прихода сигналов (Direction of Arrival, DoA), но он так же применим для задач ToA

Критическим ограничением классического алгоритма MUSIC в задачах ToA и DoA является требование некоррелированности принимаемых сигналов. В реальных сценариях многолучевого распространения возникают когерентные компоненты. Эта когерентность приводит к вырождению ранга ковариационной матрицы наблюдений, что делает невозможным корректное разделение сигнального и шумового подпространств, приводя к резкой деградации оценки времени прихода сигнала [3].

Для преодоления данного ограничения применяется метод частотного сглаживания, основанный на усреднении ковариационных матриц перекрывающихся частотных подокон. Усреднение приводит к декорреляции когерентных компонент и восстановлению ранга матрицы [4]. Однако ключевой параметр метода – размер частотного окна – традиционно выбирается эвристически без учета конкретных условий распространения.

Целью настоящей работы является разработка и оценивание метода адаптивного выбора размера окна частотного сглаживания для алгоритма MUSIC, направленного на повышение точности оценки времени прихода когерентных сигналов в условиях многолучевого распространения при ограниченной полосе и конечном числе частотных отсчётов. Для достижения цели решаются следующие задачи:

- построить параметрическую модель зависимости оптимального размера окна сглаживания от отношения сигнал/шум (ОСШ) с одним калибруемым коэффициентом;
- разработать процедуру эмпирической калибровки коэффициента с использованием метода Монте-Карло (Q = 300 реализаций) и критериев минимизации среднеквадратичной ошибки;
- интегрировать оценку числа источников по критерию MDL и ввести показатель *ESR* для управления адаптацией размера окна через сигмоидальную функцию;
- реализовать предложенный алгоритм в MATLAB и выполнить сравнение с классическим фиксированным окном и методом на базе обратного БПФ по метрикам СКО и разрешающей способности в диапазоне ОСШ 5–20 дБ;
- провести статистический анализ (≥100 независимых испытаний) и сформулировать практические рекомендации по применению метода и границы его работоспособности.

Применение алгоритма MUSIC для задач оценки времени прихода сигнала

Традиционный подход к оценке импульсной характеристики канала и определению времени задержки базируется на линейном преобразовании сигнала из частотной области во временную. Математическим аппаратом здесь выступает обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ).

* Статья публикуется по рекомендации программного комитета Всероссийской научно-практической конференции Индустрия 4.0", https://smartindustrycon.ru

Несмотря на вычислительную эффективность (алгоритм БПФ), данный метод обладает неустранимым физическим ограничением.

Критерий Рэлея и предел разрешения

Разрешающая способность методов Фурье жестко детерминирована шириной спектра зондирующего сигнала. Согласно принципу неопределенности в обработке сигналов, минимальное временное расстояние $\Delta\tau$, на котором два импульса могут быть различимы как отдельные события, обратно пропорционально ширине полосы частот B:

$$\Delta\tau = \frac{1}{B}$$

Это неравенство известно как критерий Рэлея. Если разность хода между основным сигналом и его переотражением (или между двумя некоррелированными источниками) меньше величины 1/B, их отклики на выходе согласованного фильтра или после ОДПФ сливаются в один широкий максимум. Увеличение точности в рамках линейных методов возможно исключительно путем расширения полосы сигнала, что зачастую невозможно из-за аппаратных ограничений или регламента использования радиочастотного спектра [5].

В отличие от ОДПФ, которое предполагает, что сигнал равен нулю за пределами окна наблюдения, MUSIC использует априорную модель сигнала. Для задачи ToA моделью является сумма комплексных экспонент на фоне белого гауссовского шума.

Упрощенный алгоритм предполагает наличие следующих исходных данных:

- одна приемная антенна;
- частота несущей сигнала f_c;
- полоса пропускания сигнала B;
- длина ДПФ N_{freq};
- количество некоррелированных источников сигналов M

Пусть N_{freq} – количество выбранных частотных отсчетов в полосе сигнала. Вектор наблюдений $x(k)$ для k-ой временной реализации (выборки) формируется из комплексных амплитуд сигнала на соответствующих частотах $f_1, f_2, \ldots, f_N$:

$$x(k) = [X(f_1), X(f_2), \ldots, X(f_{Nfreq})]^T$$

В задачах пространственной обработки вектор управления описывает набег фаз на элементах антенной решетки в зависимости от угла прихода. В рассматриваемой задаче частотной обработки вектор управления описывает линейный набег фазы на частотных отсчетах в зависимости от времени задержки τ. Согласно свойству преобразования Фурье, задержка сигнала во времени на величину τ эквивалентна умножению его спектра на фазовый множитель $e^{-j2\pi f\tau}$.

Для произвольной задержки τ вектор управления имеет вид:

$$a(\tau) = \begin{pmatrix} e^{-j2\pi f_1\tau} \\ e^{-j2\pi f_2\tau} \\ . \\ . \\ e^{-j2\pi f_{Nfreq}\tau} \end{pmatrix}$$

В итоге строится псевдоспектр по формуле, описанной ниже:

$$P(\tau) = \frac{1}{\| U_n^* a(\tau) \|^2} \quad (1)$$

Пики данного псевдоспектра соответствуют истинным задержкам каждого сигнала.

Как было отмечено раннее, данный подход позволит разрешать сигналы по времени только если источники некоррелированные, что практически недостижимо в условиях многолучевости.

Ниже описан алгоритм частотного сглаживания на основе стандартного подхода применения MUSIC в задачах оценки угла прихода сигнала и работы [4].

Алгоритм частотного сглаживания

1. Декомпозиция частотного вектора на субвекторы.

Исходный вектор наблюдений Y размерностью $N_{freq}\times N$ разбивается на перекрывающиеся блоки. Для этого задается размер скользящего окна M_s. Количество возможных блоков (подрешеток) определяется как:

$$L_s = N_{freq} - M_s + 1.$$

2. Формирование локальных ковариационных матриц.

Для каждого l-го блока извлекается матрица данных Y_{sub} размерностью $M_s\times L$:

$$Y_{sub} = Y(1:1+M_s-1,:).$$

На основе этого блока вычисляется локальная ковариационная матрица R_{sub}:

$$R_{sub} = \frac{1}{N} Y_{sub} Y_{sub}^H$$

3. Накопление и усреднение.

Производится суммирование всех локальных матриц и их последующее усреднение по количеству частотных блоков:

$$R = \frac{1}{L_s}\sum_{l=1}^{L_s} R_{sub}$$

Результатом является сглаженная матрица R размерностью $M_s\times M_s$.

4. Коррекция частотной сетки.

Поскольку размерность пространства уменьшилась с N_{freq} до M_s, для корректного формирования векторов управления на этапе поиска пиков выбирается соответствующее подмножество частот f_{i_used}:

$$f_{i_used} = f_i\left(\left[\frac{N_{freq}-M_s}{2}\right]+1:\ldots\right)$$

Полученная полноранговая матрица R подвергается собственному разложению, после чего выделяется шумовое подпространство E_n. Процедура поиска *ToA* продолжается по стандартной формуле (1) где вектор управления $a(\tau)$ строится уже на укороченной сетке частот.

Адаптивный алгоритм частотного сглаживания на основе собственных значений ковариационной матрицы

Классический метод частотного сглаживания использует фиксированный размер окна M_s, выбираемый эвристически как половина или треть от общей длины частотного вектора N_f. Такой подход не учитывает влияние уровня шума на эффективность декорреляции и приводит к субоптимальной точности оценок при различных значениях ОСШ.

В настоящей работе предложен адаптивный алгоритм, объединяющий MDL-оценку числа источников D по собственным значениям ковариационной матрицы и сигмоидальное отображение отношения энергий подпространств на оптимальный размер подматрицы сглаживания пространственное сглаживание с прямо-обратным усреднением (Forward-Backward, FB) [6].

Предложенный алгоритм включает четыре последовательных этапа: оценку числа источников по критерию

MDL, вычисление *ESR*, адаптивный выбор размерности подматрицы M_s с помощью сигмоидальной функции, пространственное сглаживание с прямо-обратным усреднением и формирование псевдоспектра MUSIC.

Minimum Description Length (MDL) – это информационно-теоретический критерий выбора модели, основанный на принципе минимизации суммарной длины кодирования данных и самой модели [7].

В задачах подпространственного анализа MDL применяется для определения размерности сигнального подпространства на основе спектра собственных значений выборочной ковариационной матрицы.

А. Оценка числа источников по критерию MDL

Пусть $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_n$ — собственные значения матрицы $\bar{R}$, упорядоченные по убыванию. Критерий MDL для гипотезы о том, что число источников равно *D*, определяется следующим образом:

$$MDL(D) = -(M-D)N \ln\left(\frac{(\prod_{i=D+1}^{M}\lambda_i)^{\frac{1}{M-D}}}{\frac{1}{M-D}\sum_{i=D+1}^{M}\lambda_i}\right) + \frac{1}{2}D(2M-D)\ln N, \quad (2)$$

где *M* – размерность наблюдаемого вектора; *N* – число выборок (снимков); *Λi* – собственные значения выборочной ковариационной матрицы, упорядоченные по убыванию.

Оценка числа источников определяется как

$$\hat{D} = \arg\min_{0 \leq D < M} MDL(D).$$

Первое слагаемое в (2) отражает правдоподобие гипотезы, второе – штраф за сложность модели.

Критерий MDL обеспечивает состоятельную оценку при $N \to \infty$ и является статистически более строгим, чем критерий *AIC*(Akaike Infromation Criterion) [8], поскольку штрафной член растёт как *ln(N)*, а не как константа.

Б. Вычисление отношения энергий подпространств (ESR)

Для количественной оценки соотношения мощностей сигнального и шумового подпространств вводится показатель *ESR* (Eigenvalue Spread Ratio):

$$ESR = \frac{E_s}{E_n},$$

где

$$E_s = \frac{1}{\hat{D}}\sum_{i=1}^{\hat{D}}\lambda_i, E_n = \frac{1}{N-\hat{D}}\sum_{i=\hat{D}+1}^{N}\lambda_i.$$

Показатель *ESR* характеризует степень доминирования сигнала над шумом. При высоком ОСШ *ESR>> 1*, при низком *ESR* стремится к единице. Переход к логарифмической шкале $\log_{10} ESR$ обеспечивает равномерное покрытие рабочего диапазона.

В. Сигмоидальная адаптация параметра пространственного сглаживания

Размер M_s подматрицы сглаживания выбирается через сигмоидальное отображение *ESR*:

$$\gamma = 0.35 + 0.4 \bullet \sigma(\log_{10} ESR - \gamma_0),$$

где $\sigma(x) = \frac{1}{(1+e^{-x})}$ – логистическая сигмоидальная функция; γ_0 = 1.5 – порог перехода (в логарифмической шкале); коэффициенты 0,35 и 0,40 задают диапазон $\gamma \in$ (0,35; 0,75).

Выбор численных значений коэффициентов сигмоидальной функции ($\gamma_1 = 0,35$; $\gamma_2 = 0,75$; $\theta_0 = 1,5$) осуществлен методом эмпирической калибровки на основе $Q = 300$ итераций метода Монте-Карло. Процедура оптимизации заключалась в поиске минимума среднеквадратического отклонения (СКО) оценки временной задержки путем перебора кандидатных значений параметров в диапазонах $\gamma_1 \in [0,25; 0,45]$ и $\gamma_2 \in [0,60; 0,85]$ для различных уровней отношения сигнал/шум (5–20 дБ).Параметр M_s определяется как:

$$M_s = \min(\max(|N_\gamma|, \hat{D}+2), N-5).$$

Это обеспечивает нижнюю границу $\hat{D}+2$ (достаточную для разрешения источников) и верхнюю границу *N - 5* (сохранение достаточной степени свободы шумового подпространства). При низком ОСШ (*ESR* → *1*) $\gamma \to 0,35$, что соответствует малому M_s и снижает дисперсию оценки. При высоком ОСШ (*ESR* → ∞) $\gamma \to 0,75$, что улучшает разрешение.

Г. Пространственное сглаживание с прямо-обратным усреднением

Для устранения рангового дефицита когерентной ковариационной матрицы применяется пространственное сглаживание [8]. Число подматриц

$$L_s = N - M_s + 1.$$

Тогда *i-я* подматрица наблюдений определяется как

$$X_i = X[i : i + M_s - 1, :] \notin \mathbb{C}^{M_s \times L}, i = 1, ..., L_s.$$

Сглаженная ковариационная матрица в прямом (Forward) направлении вычисляется как:

$$R_F = \frac{1}{L \bullet L_s}\sum_{i=1}^{L_s} X_i X_i^H.$$

Для повышения состоятельности оценки применяется прямо-обратное усреднение с использованием матрицы обмена $J \in \mathbb{C}^{M_s \times M_s}$ (антидиагональная единичная матрица):

$$R_{FB} = \frac{1}{2}(R_F + JR_F^* \bullet J),$$

где R_F^* – комплексное сопряжение

Матрица R_{FB} обладает увеличенным эффективным числом независимых наблюдений, что повышает устойчивость оценки при ограниченном числе снимков *L* [7].

Временная сложность алгоритма оценивается как

$$O(N^3 + M_s^2 \cdot (N_L + K_{\text{scan}})), \; O(N^3 + M_s^2 \cdot (N_L + K_{\text{scan}})),$$

где K_{scan} = 2000 – число точек сканирования.

Моделирование адаптивного метода выбора окна для частотного сглаживания

Моделирование проводилось методом Монте-Карло при *Q=300* независимых реализаций. Параметры эксперимента задавались следующим образом: *D* – количество источников (5); *fc* – несущая частота, ГГц (1); *B* – полоса пропускания, МГц (80); N_{freq} – длина преобразования Фурье (128); *L* – количество повторений (200); *SNR* – отношение сигнал/шум (15).

Задержки пяти когерентных лучей генерировались случайным образом в окрестности τ_1*=10нс,* с шагом

$$\Delta\tau = \tau_{\text{res}} \cdot (0.3 + 0.5\xi)\xi_i \sim \mathcal{U}(0,1) i = 1,2,3,$$

где τ_{res} – предел разрешения Рэлея. Такой способ генерации обеспечивает случайное распределение задержек в диапазоне от 0.3 τ_{res} до 0.8 τ_{res}.

В качестве модели сигнала использована многолучевая когерентная структура, характерная для условий интенсивного многолучевого распространения внутри помещений. Коррелированные сигналы формируются как копии одного заранее сгенерированного сигнала:

$$s_{base} = e^{j(2\pi f_0 t + 2\pi a)},$$

где t – номер отсчета (0; L-1); a – случайное число с нормальным распределением. Далее формируется матрица S на основании копирования базового сигнала с добавлением случайного фазового сдвига:

$$s_i = s_{base} e^{j2\pi b},$$

b – случайное число с нормальным распределением

Алгоритм моделирования реализован в виде последовательного процесса: на первом этапе выполняется предварительное пространственное сглаживание ($N/2$) ковариационной матрицы для устранения когерентности лучей и восстановления ранга матрицы. Далее применяется критерий MDL для оценки числа источников $\hat{D}$. На основе вычисленного отношения собственных значений сигнального и шумового подпространств (ESR) производится адаптивный выбор размера апертуры виртуальной антенной решетки M_s

Произведен сравнительный анализ псевдоспектров для стандартного MUSIC с фиксированным окном, MUSIC с адаптивным окном, а также для метода на основе обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ). Графики псевдоспектров представлены на рис. 1.

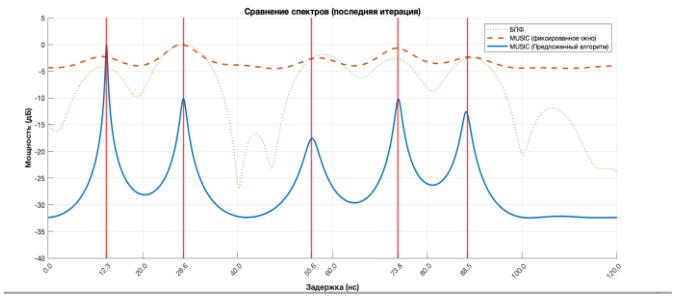

Рис. 1. Графики псевдоспектров для методов: предложенного, стандартного и на основе ОБПФ

Статистическая достоверность результатов подтверждена проведением 100 независимых испытаний Монте-Карло. Результаты численного эксперимента при фиксированном ОСШ 15 дБ для случая пяти когерентных лучей D=5 представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты эксперимента

Параметр оценки	Предложенный метод	Фиксированное окно (Ms=$N/2$)	Метод ОБПФ
СКО (нс)	7.14	12.12	93.68
Точность MDL (%)	74.3%	–	–
Разрешающая способность	Высокая (сверхрарешение)	Средняя	Низкая (предел Рэлея)

Согласно полученным данным, предложенный адаптивный алгоритм демонстрирует преимущество по точности, снижая СКО на 41% относительно метода с фиксированным размером окна и более чем в 13 раз относительно классического ОБПФ.

Анализ псевдоспектров показал, что адаптивный выбор окна M_s позволяет формировать более узкие и стабильные пики в условиях когерентности. При этом критерий MDL показал высокую надежность (74.3%), безошибочно определяя количество источников в большинстве реализаций, что критически важно для корректного разделения сигнального и шумового подпространств. Ошибки MDL в оставшихся ≈25% реализаций обусловлены преимущественно недооценкой числа источников при снижении ОСШ до нижней границы диапазона (5–7 дБ), когда собственные значения сигнального и шумового подпространств становятся трудно различимы. Влияние этих ошибок на итоговое СКО частично компенсируется адаптивным механизмом: при ошибочно заниженном D алгоритм формирует меньшее M_s, что повышает устойчивость оценки ковариационной матрицы за счёт увеличения числа усреднённых подматриц, сохраняя работоспособность в большинстве случаев.

Далее был произведен анализ работы предложенного алгоритма для разного числа когерентных лучей (рис. 2).

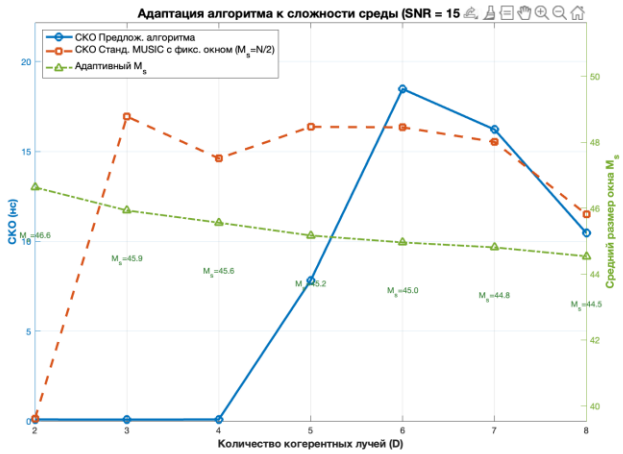

Рис. 2. Зависимость СКО предложенного и стандартного алгоритмов от числа когерентных лучей

Таблица 2

Зависимость СКО предложенного и стандартного алгоритмов от числа когерентных лучей

Число лучей (D)	СКО предл. (нс)	СКО фикс. (нс)	Среднее окно Ms
2	0.08	3.53	46.5
3	0.09	15.65	46.0
4	0.10	17.16	45.6
5	5.95	17.84	45.2
6	17.92	16.88	45.0
7	15.48	13.75	44.8
8	10.68	11.84	44.5

При количестве источников D<6 предложенный алгоритм обеспечивает хорошее разрешение разрешение лучей, снижая значение СКО по сравнению с фиксированным методом. Это объясняется тем, что адаптивный выбор M_s позволяет максимизировать размер апертуры при достаточном уровне ОСШ, что критически важно для разделения близко расположенных во временной области сигналов. С ростом сложности среды (D>6) наблюдается эффект «насыщения»: точность обоих методов выравнивается, что обусловлено фундаментальным пределом разре-

шения при заданном количестве частотных отсчетов. При этом адаптивный алгоритм демонстрирует устойчивость, сохраняя работоспособность и автоматически уменьшая размер окна M_s, что повышает стабильность оценки ковариационной матрицы за счет большего количества накоплений при сглаживании.

Заключение

Предложен адаптивный алгоритм выбора размера окна частотного сглаживания для MUSIC. Он объединяет оценку числа источников по критерию MDL, вычисление показателя ESR (и сигмоидальное отображение ESR →Ms, дополненное прямо-обратным усреднением для стабилизации ковариационной матрицы. В статистическом моделировании методом Монте-Карло (Q = 300) при ОСШ = 15 дБ и (D=5) метод снизил среднеквадратичную ошибку оценки задержки на 41% по сравнению с фиксированным окном (M_s=N/2) и более чем в 13 раз по сравнению с методом на основе обратного БПФ. При D <6 преимущество сохраняется в диапазоне ОСШ 5–20 дБ. При D>6 точности подпространственных методов выравниваются вследствие фундаментального предела разрешения при заданном числе частотных отсчётов (N_{freq}). Вычислительная сложность определяется собственным разложением матрицы ($M_s \times M_s$) и сканированием псевдоспектра по K_{scan} точкам; параметры сигмоидальной функции получены эмпирически и продемонстрировали устойчивость к вариации числа источников и инициализации генератора случайных чисел.

Перспективными направлениями дальнейших исследований являются экспериментальная проверка метода на реальных измерениях в многолучевых каналах, количественный анализ влияния ширины полосы и числа частотных отсчётов на достижимую разрешающую способность, формализация процедуры калибровки параметров сигмоидальной функции.

Литература

1. Gezici S. Localization via ultra-wideband radios: a look at positioning aspects for future sensor networks / S. Gezici, Z. Tian, G.B. Giannakis, H. Kobayashi, A.F. Molisch, H.V. Poor, Z. Sahinoglu // IEEE Signal Processing Magazine. – 2005. – vol. 22, is. 4. – P. 70-84. – DOI: 10.1109/MSP.2005.1458289
2. Schmidt R.O. Multiple emitter location and signal parameter estimation // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1986. – vol. 34, is. 3. – P. 276-280.
3. Маврычев Е.А. Пространственное сглаживание для оценивания параметров коррелированных сигналов в антенных подрешётках с частичной калибровкой // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. – 2010. – Вып. 1 (80). – С. 20-27.
4. Sun M. Signal subspace smoothing technique for time delay estimation using MUSIC algorithm / M. Sun, Y. Wang, C. Le Bastard, J. Pan, Y. Ding // Sensors (Basel). – 2017. – vol. 17, is. 12. – Art. 2868. – DOI: 10.3390/s17122868.
5. Marple, Jr.S.L. Digital spectral analysis with applications. – Englewood Cliffs, NJ: PHI, PPR, 1987. – 492 p.
6. Wax M. Detection of signals by information theoretic criteria / M. Wax, T. Kailath // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1985. – vol. 33, is. 2. – P. 387-392.
7. Pillai S.U. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification / S.U. Pillai, K.H. Kwon // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 1989. – vol. 25, is. 2. – P. 256-271.
8. Akaike H. A new look at the statistical model identification // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – vol. 19, is. 6. – P. 716-723. – DOI: 10.1109/TAC.1974.1100705.

DOI: 10.24892/RIJIE/20260305

Adaptive Window Length Selection for Frequency Smoothing in the MUSIC Algorithm for Time-of-Arrival Estimation

Chizhov A.S.
Saint Petersburg Electrotechnical University “LETI”
Saint Petersburg, Russian Federation
artem4ik500@yandex.ru

Abstract. **This paper addresses the problem of improving the robustness of the MUSIC algorithm for time-of-arrival (ToA) estimation under multipath propagation and source coherence. Particular attention is given to the selection of the frequency smoothing window length, which directly affects both resolution capability and estimation stability.An adaptive window selection method is proposed based on the analysis of the eigenvalue structure of the signal covariance matrix. The eigenvalue spread ratio (ESR), defined as the energy ratio between the signal and noise subspaces, is used as an informative metric, while the number of sources is estimated using the minimum description length (MDL) information criterion.The adaptation mechanism is implemented through a parametric model with a logistic function, ensuring smooth variation of the effective aperture depending on the current observation conditions. In addition, forward–backward averaging is employed to enhance robustness in the presence of coherent components. The proposed approach aims to increase the reliability of spectral estimation without significant growth in computational complexity. It can be applied in radar systems, wireless positioning, and synchronization tasks under limited bandwidth and noisy environments.**

Keywords**: MUSIC algorithm; time-of-arrival estimation; ToA; frequency smoothing; adaptive window selection; eigenvalue spread ratio (ESR); minimum description length (MDL); forward–backward averaging.**